

**NATIONELLT KURSPROV I
MATEMATIK KURS C
HÖSTEN 2009**

Anvisningar

- Provtid 240 minuter för Del I och Del II tillsammans. **Vi rekommenderar att du använder högst 90 minuter för arbetet med Del I.**
- Hjälpmedel **Del I:** "Formler till nationellt prov i matematik kurs C".
Observera att miniräknare ej är tillåten på denna del.
Del II: Miniräknare, även symbolhanterande räknare och "Formler till nationellt prov i matematik kurs C".
- Provmaterialet Provmaterialet inlämnas tillsammans med dina lösningar.
Skriv ditt namn och komvux/gymnasieprogram på de papper du lämnar in.
*Lösningar till Del I ska lämnas in innan du får tillgång till miniräknaren.
Redovisa därför ditt arbete med Del I på separat papper. Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.*
- Provet Provet består av totalt 18 uppgifter. **Del I** består av 8 uppgifter och **Del II** av 10 uppgifter.
Till några uppgifter (där det står *Endast svar fordras*) behöver bara ett kort svar anges. Till övriga uppgifter räcker det inte med bara ett kort svar utan det krävs att du skriver ned vad du gör, att du förklarar dina tankegångar, att du ritar figurer vid behov och att du vid numerisk/grafisk problemlösning visar hur du använder ditt hjälpmedel.
Uppgift 18 är en större uppgift, som kan ta upp till en timme att lösa fullständigt. Det är viktigt att du försöker lösa denna uppgift. I uppgiften finns en beskrivning av vad läraren ska ta hänsyn till vid bedömningen av ditt arbete.
Försök att lösa alla uppgifterna. Det kan vara relativt lätt att även i slutet av provet få någon poäng för en påbörjad lösning eller redovisning. Även en påbörjad icke slutförd redovisning kan ge underlag för positiv bedömning.
- Poäng och betygsgränser Provet ger maximalt 45 poäng.
Efter varje uppgift anges maximala antalet poäng som du kan få för din lösning. Om en uppgift kan ge 2 g-poäng och 1 vg-poäng skrivs detta (2/1). Några uppgifter är markerade med \square , vilket innebär att de mer än andra uppgifter erbjuder möjligheter att visa kunskaper som kan kopplas till MVG-kriterierna.
Undre gräns för provbetyget
Godkänt: 12 poäng.
Väl godkänt: 26 poäng varav minst 7 vg-poäng.
Mycket väl godkänt: 26 poäng varav minst 14 vg-poäng.
Du ska dessutom ha visat prov på flertalet av de MVG-kvaliteter som de \square -märkta uppgifterna ger möjlighet att visa.

Del I

Denna del består av 8 uppgifter och är avsedd att genomföras utan miniräknare. Dina lösningar på denna del görs på separat papper som ska lämnas in innan du får tillgång till din miniräknare. Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.

1. Derivera

a) $f(x) = x^5 - 12x$ *Endast svar fordras* (1/0)

b) $f(x) = 10$ *Endast svar fordras* (1/0)

c) $f(x) = (3x)^2$ *Endast svar fordras* (1/0)

- 2.** Matilda har i slutet av varje år satt in pengar på ett konto med fast räntesats. Hon tecknar ett uttryck som visar hur mycket hon har på kontot (i kronor) omedelbart efter den sista insättningen:

$$\frac{1000(1,02^6 - 1)}{1,02 - 1}$$

a) Vilken räntesats har hon fått på sitt sparande? *Endast svar fordras* (1/0)

b) Hur många insättningar har Matilda gjort? *Endast svar fordras* (1/0)

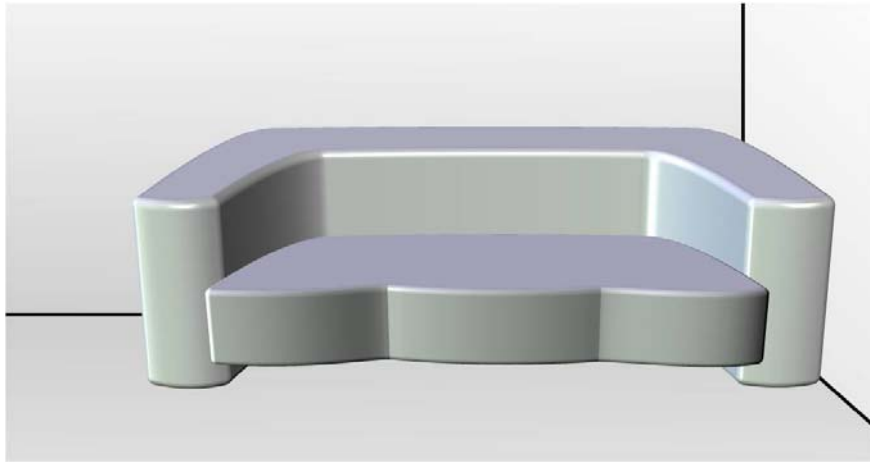
3. Lös ekvationerna och svara exakt

a) $x^5 = 25$ *Endast svar fordras* (1/0)

b) $e^x = 25$ *Endast svar fordras* (1/0)

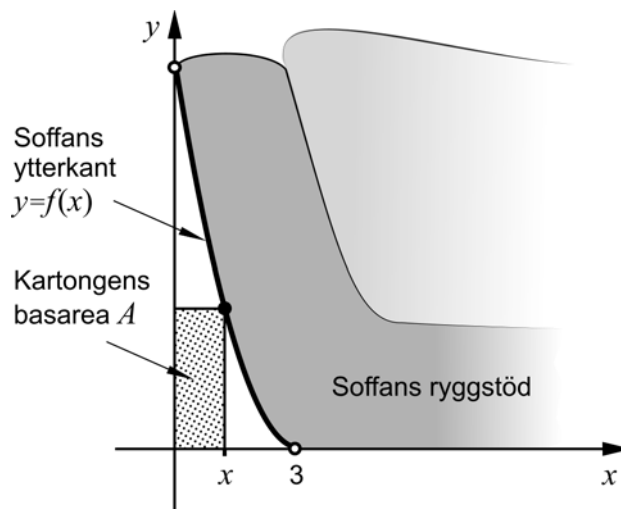
- 4.** Bestäm antalet (reella) nollställen till funktionen f där $f(x) = x^3 + 100x$ (1/1)

5. Vid transport av varor används ofta containrar. För att utnyttja utrymmet i containern maximalt packas varorna så tätt som möjligt. Soffan "Torulf" ska fraktas i en container där den placeras i ett hörn av containern, se figur 1.



Figur 1. Soffan stående i containern

I utrymmet som uppstår mellan hörnet och soffan kan en kartong placeras. Kartongen har formen av ett rätblock. För att ta reda på vilka mått kartongen kan ha räcker det med att undersöka dess basarea, se figur 2.



Figur 2. Soffan sedd uppifrån.

Basarean $A \text{ dm}^2$ kan beskrivas med $A(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$ där $x \text{ dm}$ är kartongens bredd, se figur 2.

- a) För vilket värde på x blir basarean hos kartongen maximal? (3/0)

I figur 2 är soffans ytterkant mot containerns hörn markerat med den kraftigare svarta linjen. Soffans ytterkant beskrivs av funktionen f där $y = f(x)$

- b) Bestäm det funktionsuttryck $y = f(x)$ som beskriver soffans ytterkant. (0/1)

6.

a) För vilka värden på x är uttrycket $\frac{4}{x-2} - \frac{8}{x(x-2)}$ inte definierat?
Endast svar fordras (1/0)

b) Förenkla $\frac{4}{x-2} - \frac{8}{x(x-2)}$ så långt som möjligt. (2/0)

c) Lös ekvationen $\frac{4}{x-2} - \frac{8}{x(x-2)} = 2$ (0/1)

7. En grupp personer hälsar på varandra genom att skaka hand. Antalet handskakningar H i gruppen ges då av $H = \frac{n(n-1)}{2}$ där n är antalet personer.



Antag att en grupp A består av ett antal personer och en grupp B består av dubbelt så många personer som grupp A. Personerna i grupp A hälsar på varandra och personerna i grupp B hälsar på varandra.

Teckna ett uttryck för differensen mellan antalet handskakningar i de två grupperna. Förenkla sedan detta uttryck så långt som möjligt. (0/2/□)

8. Funktionen f har derivatan $f'(x) = (x-a)(x-b)^2$ där a och b är konstanter och $0 < a < b$

Undersök för vilka x funktionen f är växande. (0/2/□)

Del II

Denna del består av 10 uppgifter och är avsedd att genomföras med miniräknare.
Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.

9. För barn mellan 5 år och 13 år finns en modell som ger sambandet mellan barnets vikt y kg och längd x m. Enligt denna modell är $y = 2,4 \cdot 10^{0,8x}$

Använd modellen och besvara följande frågor.

- a) Hur mycket väger ett barn som är 1,2 m? (1/0)
- b) Vilken längd har ett barn som väger 32 kg? (1/0)

10. År 2001 blev det lag på att hundar i Sverige skall registreras. Sedan dess har antalet hundar i registret ökat för varje år. I tabellen nedan visas antalet registrerade hundar vid slutet av åren 2001-2006.

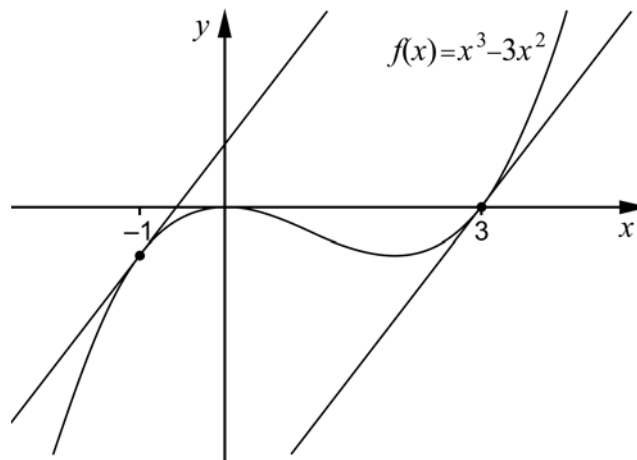
År	Antal hundar
2001	159 108
2002	221 560
2003	295 521
2004	338 203
2005	387 884
2006	452 676

Källa: Jordbruksverket



- Beräkna den genomsnittliga ökningen av antalet registrerade hundar per år mellan år 2001 och år 2006. (2/0)

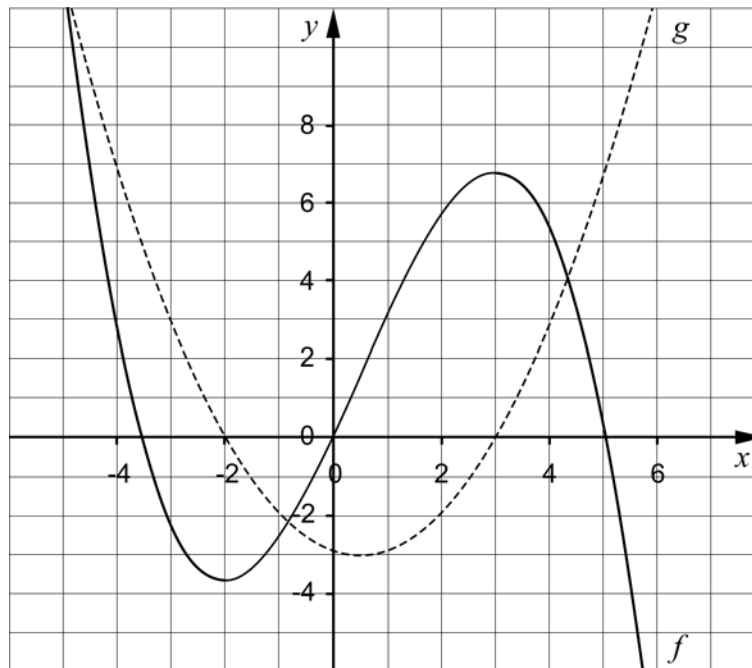
11. Figuren visar grafen till funktionen f där $f(x) = x^3 - 3x^2$.
I de punkter där x -koordinaterna är -1 respektive 3 är tangenter till kurvan ritade.



I figuren ser det ut som att tangenterna är parallella. Undersök om de är parallella. (2/0)

12. Det finns flera funktioner för vilka det gäller att $f(0) = 20$ och $f'(0) = 20$.
Bestäm en sådan funktion. (1/1)
13. Ett radhus i Umeå köptes år 2001 för 1,23 miljoner kronor. Sju år senare såldes radhuset för 2,49 miljoner kronor. Antag att prisökningen har varit exponentiell.
Beräkna den årliga procentuella prisökningen. (0/2)
14. För funktionen f gäller att $f(x) = x^4 - 420x^2 + 16x$.
Hur många punkter på funktionens graf har en tangent med riktningskoefficienten 16? (0/2)

15. Figuren visar huvuddragen av graferna till två funktioner f och g .



Sven påstår att funktionen g är derivata till funktionen f .
Undersök om han har rätt.

(0/2)

16. g och f är två funktioner. Grafen till funktionen g tangerar grafen till funktionen f i punkten där $x = a$

Vilka **två** av nedanstående alternativ A - F måste då alltid vara uppfyllda?

A
 $f'(a) = g(a)$

B
 $f'(a) = 0$

C
 $f'(a) = g'(a)$

D
 $f(a) = g'(a)$

E
 $f(a) = g(a)$

F
 $g'(a) = 0$

Endast svar fordras

(0/1)

17. Moa och Gustav undersöker var sin tredjegradsfunktion $y = f(x)$. Båda tredjegradsfunktionerna har två extrempunkter, dels för $x = 2$ och dels för $x = 6$. Deras lärare ber dem bestämma funktionernas största värde i intervallet $0 \leq x \leq 3$. Moa påstår att hennes funktion har det största värdet $f(2)$ och Gustav påstår att hans funktion har det största värdet $f(0)$. Läraren säger att båda har rätt.

Undersök hur det kan komma sig att båda kan ha rätt.

(0/2/□)

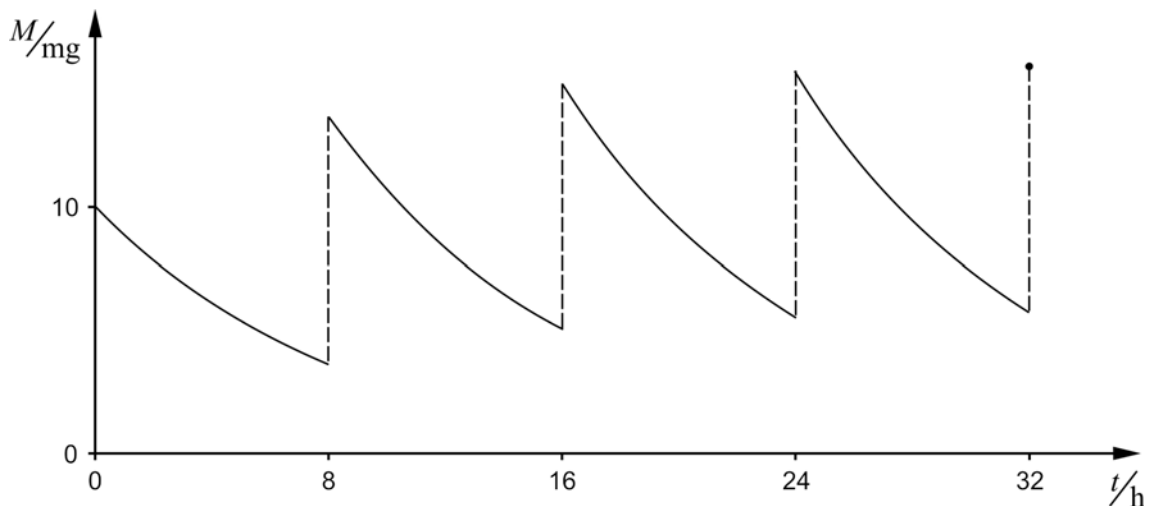
Vid bedömning av ditt arbete med denna uppgift kommer läraren att ta extra hänsyn till:

- Hur långt mot en generell lösning du kommer
- Hur väl du motiverar dina slutsatser
- Hur väl du utför dina beräkningar
- Hur väl du redovisar ditt arbete
- Hur väl du använder det matematiska språket

18. Medicin som ges direkt i blodet börjar verka omedelbart, men det kan ta en eller två dagar innan medicinen får full effekt. Patienten får därför lika stora doser medicin med jämna mellanrum under en tidsperiod. För en viss medicin gäller att medicinmängden y mg i blodet, t timmar efter att patienten fått sin första dos av 10 mg medicin är:

$$y = 10e^{\frac{-t}{8}}$$

- Hur många mg medicin finns kvar i blodet 5 timmar efter att patienten fått sin första dos?
- Efter 8 timmar får patienten sin andra dos medicin. Hur många mg medicin finns totalt i blodet precis när patienten fått sin andra dos medicin?



Grafen ovan visar en enkel modell för hur den totala mängden medicin M mg i patientens blod varierar med tiden t timmar, fram till dess att patienten har fått sin femte dos.

- Teckna ett uttryck för den totala mängden medicin i blodet när patienten fått sin femte dos. Beräkna därefter denna mängd.

Antag att en patient fortsätter att få medicindoser enligt modellen ovan under en längre tid. Den totala mängden medicin i blodet kommer då att öka men den kan inte bli hur stor som helst.

- Bestäm den övre gränsen för totala mängden medicin i blodet.

(2/5/□)

Innehåll	Sid nr
Mål att sträva mot i Kursplan för matematik 2000	3
Sammanställning av hur mål och kriterier berörs av kursprovet	4
Kravgränser	5
Allmänna riktlinjer för bedömning	6
Bedömningsanvisningar del I och del II	7
Mål för matematik kurs C – Kursplan 2000	24
Betygskriterier 2000	25
Kopieringsunderlag för aspektbedömning	26
Kopieringsunderlag för bedömning av MVG- kvaliteter	27
Insamling av provresultat för matematik kurs C hösten 2009	28

Mål att sträva mot i Kursplan för matematik 2000

Skolan skall i sin undervisning i matematik sträva efter att eleverna

1. utvecklar sin tilltro till den egna förmågan att lära sig mera matematik, att tänka matematiskt och att använda matematik i olika situationer,
2. utvecklar sin förmåga att tolka, förklara och använda matematikens språk, symboler, metoder, begrepp och uttrycksformer,
3. utvecklar sin förmåga att tolka en problemsituation och att formulera den med matematiska begrepp och symboler samt välja metod och hjälpmedel för att lösa problemet,
4. utvecklar sin förmåga att följa och föra matematiska resonemang samt redovisa sina tankegångar muntligt och skriftligt,
5. utvecklar sin förmåga att med hjälp av matematik lösa problem på egen hand och i grupp bl.a. av betydelse för vald studieinriktning samt att tolka och värdera lösningarna i förhållande till det ursprungliga problemet,
6. utvecklar sin förmåga att reflektera över sina erfarenheter av begrepp och metoder i matematiken och sina egna matematiska aktiviteter,
7. utvecklar sin förmåga att i projekt och gruppdiskussioner arbeta med sin begreppsbyggnad samt formulera och motivera olika metoder för problemlösning,
8. utvecklar sin förmåga att utforma, förfinas och använda matematiska modeller samt att kritiskt bedöma modellernas förutsättningar, möjligheter och begränsningar,
9. fördjupar sin insikt om hur matematiken har skapats av människor i många olika kulturer och om hur matematiken utvecklats och fortfarande utvecklas,
10. utvecklar sina kunskaper om hur matematiken används inom informationsteknik, samt hur informationsteknik kan användas vid problemlösning för att åskådliggöra matematiska samband och för att undersöka matematiska modeller.

Kursproven i matematik som konstruerats med utgångspunkt i kursplanemål och de tillhörande betygskriterierna speglar strävansmålen för skolans undervisning i gymnasiekurserna. Varje enskild uppgift i provet som prövar en viss kunskap eller färdighet inom kursen fungerar också som en indikator på i vad mån skolan i sin undervisning har strävat efter att ha utvecklat en elevs förmåga i flera avseenden. Strävansmål 1 och 2 kan därför sägas beröra alla uppgifter i detta prov. Strävansmål 3 och 5 kan mera direkt kopplas till uppgifterna 5b, 7, 8, 17 och 18 som kan kategoriseras som problemlösning. Strävansmål 4 som handlar om resonemang och kommunikation berörs av uppgifterna 5a, 8, 11, 15, 17 och 18. Strävansmål 6 berörs av uppgifterna 4, 5a, 6a, 8, 10, 13, 14, 16, 17 och 18 som har inslag av reflektion kring begrepp och metoder. Strävansmål 8 som avser indikera elevernas kunskaper i modellering kan kopplas till uppgifterna 5b, 13 och 18.

Kravgränser

Detta prov kan ge maximalt 45 poäng, varav 23 g-poäng.

Undre gräns för provbetyget

Godkänt: 12 poäng.

Väl godkänt: 26 poäng varav minst 7 vg-poäng.

Mycket väl godkänt: 26 poäng varav minst 14 vg-poäng.

Eleven ska dessutom ha visat prov på minst tre *olika* MVG-kvaliteter av de fyra MVG-kvaliteter som är möjliga att visa i detta prov.

De ☐-märkta uppgifterna i detta prov ger möjlighet att visa fyra olika MVG-kvaliteter, se tabellen nedan.

MVG-kvalitet	Uppgift			
	7	8	17	18
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning	○	☐	○	○
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet	☐	○	○	○
Genomför bevis och/eller analyserar matematiska resonemang	☐	○	○	○
Värderar och jämför metoder/modeller	☐	☐	☐	☐
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk	☐	○	☐	○

Allmänna riktlinjer för bedömning

1. Allmänt
Bedömning ska ske utgående från läroplanens och kursplanens mål samt betygskriterierna, och med hänsyn tagen till den tolkning av dessa dokument som gjorts lokalt.
2. Positiv bedömning
Utgångspunkten är att eleverna ska få poäng för lösningarnas förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister. Uppgifterna ska bedömas med högst det antal poäng som anges i provhäftet.
3. g- och vg-poäng
För att tydliggöra anknytningen till betygskriterierna för betygen Godkänt respektive Väl godkänt används separata g- och vg-poängskalor vid bedömningen. Antalet möjliga g- och vg-poäng på en uppgift anges åtskilda av ett snedstreck, t.ex. 1/0 eller 2/1.
4. Uppgifter av kortsvarstyp (Endast svar fordras)
 - 4.1 Godtagbara slutresultat av beräkningar eller resonemang ger poäng enligt bedömningsanvisningarna.
 - 4.2 Bedömning av brister i svarets utformning, t.ex. otillräcklig förenkling, felaktig noggrannhet, felaktigt avrundat svar, utelämnad eller felaktig enhet lämnas till lokala beslut.
5. Uppgifter av långsvarstyp
 - 5.1 Ett svar med t.ex. enbart resultatet av en beräkning utan motivering ger inga poäng. För full poäng krävs en redovisning som leder fram till ett godtagbart svar. Redovisningen ska vara tillräckligt utförlig och uppställd på ett sådant sätt att tankegången kan följas.
 - 5.2 När bedömningsanvisningarna t.ex. anger +1-2 g innehåller den förväntade redovisningen flera komponenter eller tankesteg som kan anses motsvara de angivna poängen¹. Exempel på bedömda elevarbeten ges i anvisningarna då det kan anses särskilt påkallat. Kraven för delpoängen bestäms i övrigt lokalt.
 - 5.3 I bedömningsanvisningarna till flerpoängsuppgifter är de olika poängen ibland oberoende av varandra, men oftast förutsätter t.ex. poäng för ett korrekt svar att också poäng utdelats för en godtagbar metod.²
 - 5.4 Frågan om hur vissa typfel ska påverka bedömningen lämnas till lokala beslut. Det kan t.ex. gälla missuppfattning av uppgift, följdfel³, formella fel och enklare räknefel.
6. Aspektbedömning
Vissa mer omfattande uppgifter ska bedömas utifrån de tre aspekterna ”Metodval och genomförande”, ”Matematiskt resonemang” samt ”Redovisning och matematiskt språk” som var för sig ger g- och vg-poäng enligt bedömningsanvisningarna.
7. Krav för olika provbetyg
 - 7.1 Den på hela provet utdelade poängen summeras dels till en totalsumma och dels till en summa vg-poäng.
 - 7.2 Kravet för provbetyget Godkänt uttrycks som en minimigräns för totalsumman.
 - 7.3 Kravet för provbetyget Väl godkänt uttrycks som en minimigräns för totalsumman med tillägget att ett visst minimivärde för summan vg-poäng måste uppnås.
 - 7.4 Som krav för att en elevs prov skall betraktas som en indikation på betyget Mycket väl godkänt anges minimigränser för totalsumman och summan vg-poäng. Dessutom anges kvalitativa minimikrav för redovisningarna på vissa speciellt märkta (α) uppgifter.

¹ Sådana anvisningar tillämpas bland annat till uppgifter som har en sådan mångfald av lösningsmetoder att en precisering av anvisningen riskerar att utesluta godtagbara lösningar.

² Ett exempel på en bedömningsanvisning där senare poäng är beroende av tidigare är:

Godtagbar metod, t.ex. korrekt tecknad ekvation	+1 g
med korrekt svar	+1 g

³ Fel i deluppgift bör inte påverka bedömningen av de följande deluppgifterna. Om uppgiftens komplexitet inte minskas avsevärt genom tidigare fel så kan det lokalt beslutas att tilldela full poäng på en uppgiftslösning trots förekomst av följdfel.

Bedömningsanvisningar (MaC ht 2009)

Exempel på ett godtagbart svar anges inom parentes. Bedömningen ”godtagbar” ska tolkas utifrån den undervisning som föregått provet. Till en del uppgifter är bedömda elevlösningar bifogade för att ange nivån på bedömningen.

Uppg.	Bedömningsanvisningar	Poäng
Del I		
1.		Max 3/0
a)	Korrekt svar ($f'(x) = 5x^4 - 12$)	+1 g
b)	Korrekt svar ($f'(x) = 0$)	+1 g
c)	Korrekt svar ($f'(x) = 18x$)	+1 g
2.		Max 2/0
a)	Korrekt svar (2 %)	+1 g
b)	Korrekt svar (6)	+1 g
3.		Max 2/0
a)	Korrekt svar ($x = 25^{\frac{1}{5}}$)	+1 g
b)	Korrekt svar ($x = \ln 25$)	+1 g
4.		Max 1/1
	Godtagbar ansats, t.ex. faktorisering av uttrycket	+1 g
	med godtagbar motivering och korrekt svar (1 nollställe)	+1 vg

Exempel på en elevlösning och hur den poängsätts ges på nästa sida. Andra lösningsförslag ska bedömas på likvärdigt sätt.

Uppg. Bedömningsanvisningar**Poäng****Elevlösning 1 (0 g och 0 vg)**

$$f(x) = x^3 + 100x$$

$$f'(x) = 3x^2 + 100 \Rightarrow 3x^2 + 100 = 0 \text{ saknar lösning!!!}$$

Kommentar: Eleven deriverar uttrycket vilket *kan* vara en godtagbar ansats, men eftersom eleven inte använder derivatan för fortsatt analys av funktionens nollställen ges ingen poäng.

5.**Max 3/1**

- a) Godtagbar ansats där derivata används, t.ex. tecknar ekvationen

$$3x^2 - 12x + 9 = 0 \quad +1 \text{ g}$$

med godtagbar bestämning av derivatans nollställen, $x_1 = 1$ och $x_2 = 3$ +1 g

med godtagbar verifiering av maximum och korrekt svar (1 dm) +1 g

Kommentar: Eftersom $0 < x < 3$ räcker det med att eleven, med någon godtagbar metod eller kommentar, verifierar att $x = 1$ ger ett maximum. Det är alltså inte nödvändigt att eleven undersöker karaktären hos den extrempunkt där $x = 3$.

- b) Godtagbar lösning och korrekt svar ($f(x) = x^2 - 6x + 9$) +1 vg

6.**Max 3/1**

- a) Korrekt svar ($x_1 = 0$ och $x_2 = 2$) +1 g

- b) Godtagbar ansats, t.ex. omskrivning till $\frac{4x-8}{x(x-2)}$ +1 g

med i övrigt godtagbar lösning och korrekt svar $\left(\frac{4}{x}\right)$ +1 g

- c) Godtagbar lösning och korrekt svar (Ekvationen saknar lösningar) +1 vg

7.**Max 0/2/vg**

Godtagbar ansats, tecknar antalet handskakningar i grupp B, $\frac{2n(2n-1)}{2}$ +1 vg

med i övrigt godtagbar lösning och korrekt svar $\left(\frac{3n^2 - n}{2}\right)$ +1 vg

MVG-kvalitet	visar eleven i denna uppgift genom att:
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning	använda generella metoder och korrekt teckna ett uttryck för skillnaden, $\frac{2n(2n-1)}{2} - \frac{n(n-1)}{2}$.
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet	
Genomför bevis och analyserar matematiska resonemang	
Värderar och jämför metoder/modeller	
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk	

Exempel på en elevlösning och hur den poängsätts ges nedan. Andra lösningsförslag ska bedömas på likvärdigt sätt.

Elevlösning 1 (1 vg och en MVG-kvalitet)

Grupp A $H = \frac{n(n-1)}{2}$
 Grupp B $H = \frac{2n(2n-1)}{2}$
 $\frac{2n(2n-1)}{2} - \frac{n(n-1)}{2} = \frac{4n^2 - 2n - n^2 - n}{2}$
 $= \frac{3n^2 - 3n}{2} : \text{SVAR}$

Kommentar: Eleven tecknar ett korrekt uttryck för skillnaden i antalet handskakningar vilket innebär att lösningen uppvisar MVG-kvalitet. Lösningen innehåller dock ett teckenfel och ges därmed endast den första vg-poängen.

Uppg. Bedömningsanvisningar**Poäng****8.****Max 0/2/□**

Godtagbar generell ansats, t.ex. bestämmer derivatans nollställen, $x_1 = a$ och $x_2 = b$
eller

godtagbar lösning av *hela* problemet utifrån behandling av minst ett specialfall +1 vg

Godtagbar fortsättning av en generell lösning,
 t.ex. undersöker tecknet för $f'(0)$ och motiverar varför $f'(0) < 0$ i det allmänna
 uttrycket för derivatan

eller

godtagbar motivering till varför t.ex. faktorn $(x - b)^2 \geq 0$ för alla x +1 vg

MVG-kvalitet	visar eleven i denna uppgift genom att:
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning	
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet	baserat på ett heltäckande resonemang, dra slutsatsen att f är växande för $x \geq a$ *
Genomför bevis och analyserar matematiska resonemang	korrekt analysera derivatans tecken för minst två andra värden på x än a och b , t.ex. för $f'(0)$ och $f'(b + 1)$ eller genom att analysera hur de båda faktorerna $(x - b)^2$ och $(x - a)$ påverkar derivatans tecken.
Värderar och jämför metoder/modeller	
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk	redovisa välstrukturerat och med ett i huvudsak korrekt matematiskt språk.

* Om derivatans nollställen ska inkluderas i intervallet eller ej, varierar mellan olika läromedel. Utifrån den undervisning som bedrivits får läraren därför själv avgöra hur eleverna förväntas besvara uppgiften.

Exempel på elevlösningar och hur de poängsätts ges nedan. Andra lösningsförslag ska bedömas på likvärdigt sätt.

Elevlösning 1 (2 vg och en av MVG-kvaliteterna)

$$f'(x) = 0 \text{ då } x_1 = a \quad x_2 = b \quad x_3 = b \text{ (enligt faktoriseringssatsen)}$$

x	a	b
$f'(x)$	$-$	$+$

$$f'(0) = (0 - a)(0 - b)^2 = (-a)(-b)^2$$

$$f'(0) < 0 \text{ eftersom } 0 < a < b$$

$$f'(b+1) = (b+1 - a)(b+1 - b)^2 = b+1 - a$$

$$f'(b+1) > 0 \text{ eftersom } 0 < a < b$$

$$f'(b - 0,001) = (b - 0,001 - a)(b - 0,001 + b)^2 =$$

$$= (b - 0,001 - a) \cdot 0,000001$$

$$= 10^{-6} b - 10^{-9} - 10^{-6} a$$

$$f'(b - 0,001) \text{ är troligtvis större än } 0$$

Funktionen är växande då $x > a$

Kommentar: Eleven för ett hållbart resonemang kring derivatans tecken då $x = 0$ och då $x = b + 1$, däremot håller inte resonemanget då $x = b - 0,001$. Här skulle eleven valt att låta $x = \frac{a+b}{2}$ istället. Lösningens kvalitet motsvarar därför 2 vg-poäng och den MVG-kvalitet, som rör genomförande av bevis.

Elevlösning 2 (2 vg och två av MVG-kvaliteterna)

$$f(x) = (x-a)(x-b)^2 \quad x \neq a \text{ och } x \neq b$$

(Om $x=a$ eller $x=b$
blir enafaktorn 0 \rightarrow
alltså inte växande)

$(x-b)^2$ måste vara ett positivt tal.
då ett tal \cdot samma tal \rightarrow alltså
antingen ett negativt \cdot negativt (= positivt)
eller positivt \cdot positivt (= positivt)

Om $(x-a)$ = ett negativt tal kommer
derivatan att bli negativ = fallande
 $\rightarrow x$ måste vara större än a ,

$0 < a < x$ så att $(x-a)$ = positivt
och $(x-b)^2$ = positivt \rightarrow pos: pos. = pos,
växande

Funktionen f är växande då

$$\boxed{x > a} \text{ och } \boxed{x \neq b} \text{ förutsatt att } 0 < a < b$$

Kommentar: Elevlösningens kvalitet motsvarar 2 vg-poäng och två av MVG-kvaliteterna. Den MVG-kvalitet som rör redovisning och matematiskt språk uppvisas inte. Det matematiska språket uppvisar brister, t.ex. röriga formuleringar ("ett tal \cdot samma tal" \rightarrow alltså antingen ett negativt \cdot negativt (= positivt) eller positivt \cdot positivt (= positivt)) och "fallande" istället för avtagande. Dessutom är det oklart om det är derivatan eller funktionen som är "fallande". Slutsatsen ($x > a$ och $x \neq b$) är godtagbar utifrån elevens uppfattning av begreppet växande funktion.

Uppg.	Bedömningsanvisningar	Poäng
Del II		
9.		Max 2/0
	a) Godtagbar lösning och godtagbart svar (22 kg)	+1 g
	b) Godtagbar lösning och godtagbart svar (1,4 m)	+1 g
10.		Max 2/0
	Godtagbart tecknad ändringskvot, även om Δt är felaktig	+1 g
	med godtagbart svar (58700 hundar/år)	+1 g
11.		Max 2/0
	Godtagbar ansats, t.ex. korrekt bestämning av antingen $f'(3)$ eller $f'(-1)$	+1 g
	med i övrigt godtagbar lösning och korrekt svar ("Ja, kurvan har samma lutning i de två punkterna.")	+1 g
12.		Max 1/1
	Godtagbar bestämning av en funktion som uppfyller ett av villkoren	+1 g
	Godtagbar bestämning av en funktion som uppfyller båda villkoren (t.ex. $f(x) = 20e^x$)	+1 vg
13.		Max 0/2
	Godtagbar ansats, t.ex. tecknar ekvationen $2,49 = 1,23k^7$	+1 vg
	med i övrigt godtagbar lösning och godtagbart svar (10,6 %)	+1 vg
14.		Max 0/2
	Godtagbar ansats, t.ex. tecknar ekvationen $4x^3 - 840x + 16 = 16$	+1 vg
	med i övrigt godtagbar lösning och korrekt svar (Tre punkter)	+1 vg

Uppg. Bedömningsanvisningar

Poäng

15.

Max 0/2

Godtagbar ansats, t.ex. påpekar att x -koordinaterna för derivatans nollställen stämmer överens med extrempunkternas x -koordinater

+1 vg

Korrekt svar (Nej, Sven har fel) med godtagbar motivering (t.ex. "Kring en maximipunkt ska derivatans teckenväxling vara $+ 0 -$, här är det tvärtom.")

+1 vg

Exempel på elevlösningar och hur de poängsätts ges nedan. Andra lösningsförslag ska bedömas på likvärdigt sätt.

Elevlösning 1 (1 vg)

Han har rätt.
Där derivatan passerar noll är också där som funktionen har sina max/minpunkter.

Kommentar: Eleven påpekar att x -koordinaterna för derivatans nollställen stämmer överens med extrempunkternas x -koordinater, vilket motsvarar en godtagbar ansats.

Elevlösning 2 (2 vg)

Sven har fel. När $x=5,5$ så visar i så fall $g(x)$ att derivatan är 9. Men just då är $f'(x)$ negativ, f lutar neråt.

Kommentar: Eleven ger en korrekt motivering till varför funktionen g inte kan vara derivata till funktionen f .

16.

Max 0/1

Korrekt svar (C: $f'(a) = g'(a)$ och E: $f(a) = g(a)$)

+1 vg

Uppg. Bedömningsanvisningar**Poäng****17.****Max 0/2/□**

Godtagbar ansats, t.ex. ritar en godtagbar skiss av grafen till en tredjegradsfunktion som uppfyller villkoren $f'(2) = f'(6) = 0$

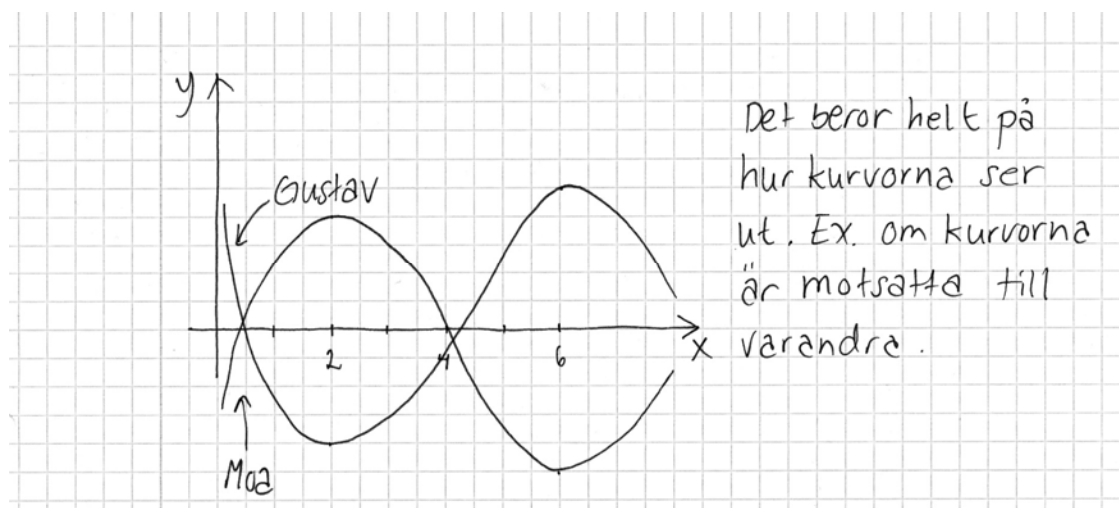
+1 vg

och visar att graferna antingen har en maximipunkt (Moa) eller en minimipunkt (Gustav) inom definitionsmängden

+1 vg

MVG-kvalitet	visar eleven i denna uppgift genom att:
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning	ge en heltäckande generell förklaring som inkluderar ändpunkternas y -koordinater i minst ett av fallen, t.ex. genom att rita en figur där intervallgränser och det största värdet tydligt framgår.
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet	utifrån heltäckande generella förklaringar/figurer, dra slutsatsen att det största värdet är $f(2)$ i Moas fall och det största värdet är $f(0)$ i Gustavs fall.
Genomför bevis och analyserar matematiska resonemang	analysera funktionen och visa att $f(0) > f(3)$ i Gustavs fall.
Värderar och jämför metoder/modeller	
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk	

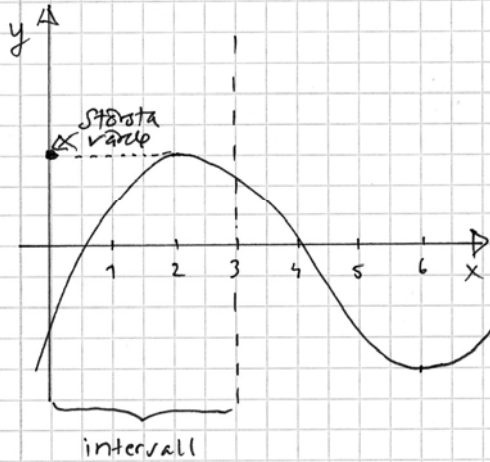
Exempel på elevlösningar och hur de poängsätts ges nedan. Andra lösningsförslag ska bedömas på likvärdigt sätt.

Elevlösning 1 (2 vg)

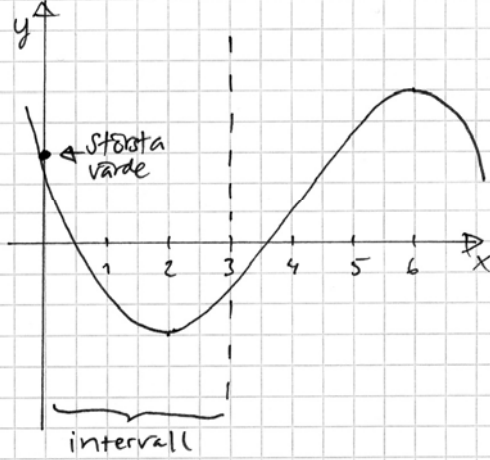
Kommentar: Eleven visar att graferna antingen har en maximipunkt (Moa) eller en minimipunkt (Gustav) inom definitionsmängden. Lösningen ges därför 2 vg-poäng. Elevens skiss ger däremot ingen förklaring till hur Moa och Gustav resonerat kring funktionernas största värden.

Elevlösning 2 (2 vg och tre av MVG-kvaliteterna)

Moas graf hade ett lokalt maximum i $x=2$ och säg ut ungefär så här

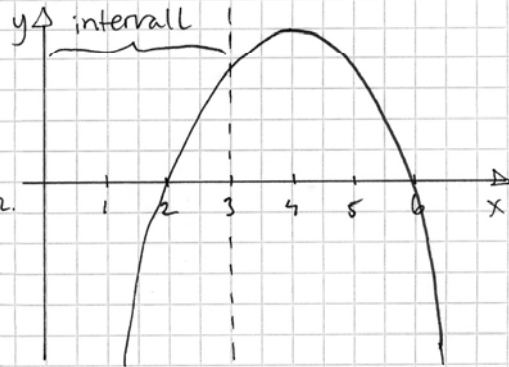


Gustavs graf hade ett lokalt minimum i $x=2$ och säg ut ungefär så här



Det här är derivatans graf →

För $x < 2$ är den brantare än för $x > 2$. Då är funktionens graf högre upp på vänster sida om 2:an. Då måste $f(0)$ vara större än $f(3)$



Kommentar: Eleven ger en heltäckande generell förklaring som inkluderar ändpunkternas y -koordinater i båda fallen genom att rita en figur där intervallgränser och det största värdet tydligt framgår. Lösningen innehåller även en godtagbar förklaring till varför $f(0) > f(3)$ i Gustavs fall. Lösningen uppvisar därmed alla tre MVG-kvaliteterna.

Uppg. Bedömningsanvisningar

Poäng

18.

Max 2/5/□

Uppgiften ska bedömas med s.k. aspektbedömning. Bedömningsanvisningarna innehåller två delar:

- Först beskrivs i en tabell olika kvalitativa nivåer för tre olika aspekter på kunskap som läraren ska ta hänsyn till vid bedömningen av elevens arbete.
- Därefter ges exempel på bedömda elevlösningar med kommentarer och poängsättning.

Bedömningen avser	Kvalitativa nivåer			Total poäng
	Lägre	→ Högre		
<p>Metodval och genomförande <i>I vilken grad eleven kan tolka en problemsituation och lösa olika typer av problem. Hur fullständigt och hur väl eleven använder metoder och tillvägagångssätt som är lämpliga för att lösa problemet.</i></p>	<p>Eleven bestämmer godtagbart mängden medicin efter 5 h (5,4 mg)</p> <p>1 g</p>	<p>Eleven bestämmer godtagbart mängden medicin efter 8 h (13,7 mg)</p> <p>1 g och 1 vg</p>	<p>Eleven tecknar ett uttryck och beräknar mängden medicin efter femte dosen (15,7 mg)</p> <p>1 g och 2 vg</p>	1/2
<p>Matematiskt resonemang <i>Förekomst och kvalitet hos värdering, analys, reflektion, bevis och andra former av matematiskt resonemang.</i></p>	<p>Eleven drar en slutsats om gränsvärdets storlek.</p> <p>Slutsatsen baseras på någon enkel metod, t.ex. "Jag mätte med linjal och det ser ut som att grafen inte går över 16 mg"</p> <p>1 g</p>	<p>Eleven drar en slutsats om gränsvärdets storlek.</p> <p>Slutsatsen baseras på upprepade beräkningar.</p> <p>1 g och 1 vg</p>	<p>Eleven drar en slutsats om gränsvärdets storlek.</p> <p>Slutsatsen baseras på ansättning av stora värden på n i formeln för geometrisk summa.</p> <p>1 g och 2 vg</p>	1/2
<p>Redovisning och matematiskt språk <i>Hur klar, tydlig och fullständig elevens redovisning är och hur väl eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner.</i></p>	<p>Redovisningen är lätt att följa och förstå. Det matematiska språket är lämpligt.</p> <p>1 vg</p>			0/1
Summa				2/5

MVG-kvaliteterna beskrivs på nästa sida.

MVG-kvalitet	visar eleven i denna uppgift genom att:
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning	inleda en generell metod, t.ex. genom att teckna $\frac{10((e^{-1})^n - 1)}{e^{-1} - 1}$.
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet	analysera, på ett godtagbart sätt, vad som händer med $(e^{-1})^n$ när $n \rightarrow \infty$ och dra slutsatsen att $(e^{-1})^n \rightarrow 0$ då $n \rightarrow \infty$
Genomför bevis och analyserar matematiska resonemang	visa att gränsvärdet är $\frac{10}{1 - e^{-1}}$ mg.
Värderar och jämför metoder/modeller	
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk	redovisa välstrukturerat och tydligt med ett i huvudsak korrekt matematiskt språk.

Exempel på elevlösningar och hur de poängsätts ges på följande sidor. Andra lösningsförslag ska bedömas på likvärdigt sätt.

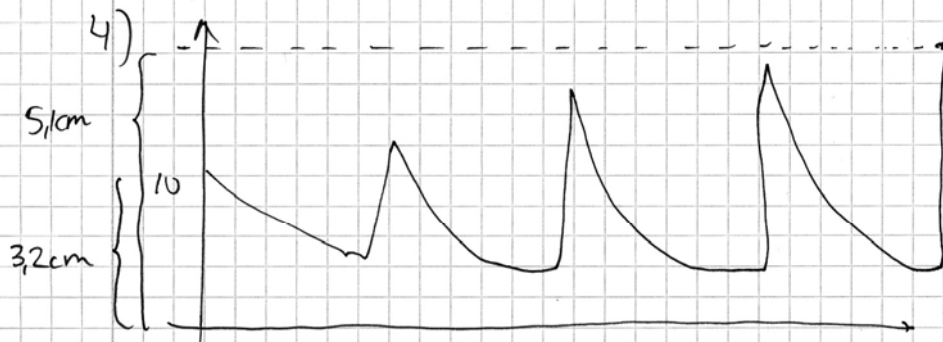
Elevlösning 1 (1 g och 1 vg)

$$1) t = 5 \quad y = 10e^{-\frac{5}{8}} = 5,35 \text{ mg}$$

$$2) 10e^{-\frac{8}{8}} + 10 = 13,68 \text{ mg}$$

$$3) X = \text{antal doser}$$

$$\left(10e^{-\frac{t}{8}}\right)^x$$



Övre gränsen är $\frac{10 \cdot 5,1}{3,2} = 15,94 \text{ mg}$
(dos mätte på pappret)

Bedömning

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och Genomförande	x	1/1	
Matematiska resonemang		0/0	
Redovisning och matematiskt språk		0/0	
Summa		1/1	

Kommentar: Eleven har gjort en mätning i grafen vid sitt försök att bestämma gränsvärdet. Eftersom mätningen inte syftar till att bestämma den totala medicinmängdens övre gräns, utan enbart den totala medicinmängden just efter den femte dosen ges ingen g-poäng för matematiskt resonemang. Om eleven gjort denna mätning (15,94 mg) och sedan dragit slutsatsen att "Den övre gränsen måste vara högre än 15,94 mg, kanske 17 mg, eftersom topparna når lite högre varje gång" hade en g-poäng för matematiskt resonemang kunna ges.

Elevlösning 2 (2 g och 3 vg)

$y = 10e^{-\frac{t}{8}}$

- $y = 10e^{-\frac{5}{8}} = 5,4 \text{ mg}$
- $y = 10 + 10e^{-\frac{8}{8}} = 13,7 \text{ mg}$
- $10 + 10e^{-\frac{8}{8}} + 10e^{-\frac{16}{8}} + 10e^{-\frac{24}{8}} + 10e^{-\frac{32}{8}} \approx 15,71 \text{ mg}$
- 6:e dosen , Totalt $\approx 15,780$
- 7:e dosen , Totalt $\approx 15,805$
- 8:e dosen , Totalt $\approx 15,814$
- 9:e dosen , Totalt $\approx 15,818$

Den övre gränsen blir 15,8 mg (ungefär)

Bedömning

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och Genomförande	————— X —————>	1/2	
Matematiska resonemang	————— X —————>	1/1	
Redovisning och matematiskt språk	—————>	0/0	
Summa		2/3	

Kommentar: Lösningen uppvisar nätt och jämnt den kvalitet som motsvarar en vg-poäng för matematiskt resonemang, eftersom så få beräkningar utförts och eftersom det angivna gränsvärdet (15,8 mg) understiger den totala mängden medicin efter att den 9:e dosen intagits. Redovisningen är lätt att följa och förstå, men eftersom valet av lösningsmetod innebär att matematiskt språk av C-kurskaraktär inte visas erhålls inte vg-poäng för redovisning och matematiskt språk.

Elevlösning 3 (2 g och 5 vg och en av MVG-kvaliteterna)

$$y = 10e^{-\frac{5}{8}} = 5,353 \approx 5,35 \text{ mg}$$
 Svar: ungefär 5,35 mg

$$y = 10e^{-\frac{8}{8}} + 10 \text{ mg} = 13,679 \text{ mg} \approx 13,68 \text{ mg}$$
 Svar: 13,68 mg

$$y = \frac{10((e^{-\frac{8}{8}})^5 - 1)}{e^{-\frac{8}{8}} - 1}$$
 ← uttrycke

$$y = \frac{10((e^{-\frac{8}{8}})^5 - 1)}{e^{-\frac{8}{8}} - 1} = \frac{10(0,368^5 - 1)}{0,368 - 1} = 15,71$$

Den totala mängden medicin i blodet efter den femte dosen är 15,71 mg

- grafen av funktionen ser ut så här

$$M = \frac{10((e^{-1})^x - 1)}{e^{-1} - 1}$$

Bedömning

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och Genomförande	————— X —————→	1/2	
Matematiska resonemang	————— X —————→	1/2	Framgår ej vilka värden på x som har ansatts.
Redovisning och matematiskt språk	————— X —————→	0/1	Otydlig redovisning vid bestämning av gränsvärdet.
Summa		2/5	

Kommentar: Elevlösningen uppvisar den MVG-kvalitet som rör användandet av generella metoder eftersom eleven tecknar $M = \frac{10((e^{-1})^x - 1)}{e^{-1} - 1}$.

Den ritade grafen visar hur mängden medicin förändras i förlängningen. Det framgår dock inte av grafen vilka värden på x som ansatts. Dessutom redovisas inte vilken metod som använts för att bestämma gränsvärdets storlek och det saknas en tydlig slutsats om gränsvärdets storlek. Sammantaget bedöms lösningen nått och jämnt uppvisa en kvalitet som motsvarar två vg-poäng för matematiskt resonemang samt nått och jämnt en kvalitet som motsvarar en vg-poäng för redovisning och matematiskt språk.

Elevlösning 4 (2 g och 5 vg och fyra MVG-kvaliteterna)

$$\textcircled{a} \quad y = 10e^{-\frac{t}{8}}$$

$$y = 10e^{-\frac{5}{8}} \approx 5,35 \approx 5,4 \text{ mg}$$

5 timmar efter första dosen finns det kvar 5,4 mg medicin i blodet

⊙ Precis innan andra dosen

$$y = 10e^{-1} \approx 3,7 \approx 3,7 \text{ mg}$$

Tillsätter 10 mg

$$\text{Precis efter andra dosen: } 10 + 3,7 = 13,7 \text{ g}$$

⊙ Precis efter

$$\text{första} \quad M = 10e^0$$

$$\text{andra} \quad M = 10e^0 + 10e^{-1}$$

$$\text{tredje} \quad M = 10e^0 + 10e^{-1} + 10e^{-2}$$

$$\text{fjärde} \quad M = 10e^0 + 10e^{-1} + 10e^{-2} + 10e^{-3}$$

$$\text{femte} \quad M = 10e^0 + 10e^{-1} + 10e^{-2} + 10e^{-3} + 10e^{-4}$$

$$M = 10 \left(\frac{(e^{-1})^5 - 1}{e^{-1} - 1} \right) \approx 15,71 \text{ mg}$$

⊙ Generellt uttryck för medicinen $M = 10 \left(\frac{(e^{-1})^n - 1}{e^{-1} - 1} \right)$

$$M(100) = 10 \left(\frac{(e^{-1})^{100} - 1}{e^{-1} - 1} \right) \approx 15,82 \text{ mg}$$

forts.

Et högre n resulterar i att e^{-1} närmer sig 0. Då närmer sig parantesen -1 .

$$M = \lim_{n \rightarrow \infty} 10 \left(\frac{(e^{-1})^n - 1}{e^{-1} - 1} \right) = \frac{10 \cdot (-1)}{e^{-1} - 1} \approx 15,82$$

Et högre n gör att medicinmängden närmer sig 15,82 mg, men kommer aldrig att överstiga det.

Bedömning

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och Genomförande	— — — — — X —>	1/2	
Matematiska resonemang	— — — — — X —>	1/2	
Redovisning och matematiskt språk	— — — — — X —>	0/1	
Summa		2/5	

Kommentar: Elevlösningen uppvisar alla fyra MVG-kvaliteterna. När det gäller det matematiska språket kan det anses vara i huvudsak korrekt, även om eleven inte skriver att $n \rightarrow \infty$ och att eleven skriver att "parantesen närmar sig -1 " istället för att " $(e^{-1})^n - 1$ närmar sig -1 ".

Mål för matematik kurs C

Kursplan 2000

Aritmetik (R)

R2. kunna tolka och använda logaritmer och potenser med reella exponenter samt kunna tillämpa dessa vid problemlösning,

R3. kunna använda matematiska modeller av olika slag, däribland även sådana som bygger på summan av en geometrisk talföljd,

Algebra och funktionslära (A)

A6. känna till hur datorer och grafiska räknare kan utnyttjas som hjälpmedel vid studier av matematiska modeller i olika tillämpade sammanhang,

A7. kunna ställa upp, förenkla och använda uttryck med polynom samt beskriva och använda egenskaper hos några polynomfunktioner och potensfunktioner,

A8. kunna ställa upp, förenkla och använda rationella uttryck samt lösa polynomekvationer av högre grad genom faktorisering,

Differentialkalkyl (D)

D1. kunna förklara, åskådliggöra och använda begreppen ändringskvot och derivata för en funktion samt använda dessa för att beskriva egenskaper hos funktionen och dess graf,

D2. kunna dra slutsatser om en funktions derivata och uppskatta derivatans värde numeriskt då funktionen är given genom sin graf,

D3. kunna använda sambandet mellan en funktions graf och dess derivata i olika tillämpade sammanhang med och utan grafritande hjälpmedel.

D4. kunna härleda deriveringsregler för några grundläggande potensfunktioner, summor av funktioner samt enkla exponentialfunktioner och i samband därmed beskriva varför och hur talet e införs,

Övrigt (Ö)

Ö1. kunna formulera, analysera och lösa matematiska problem av betydelse för tillämpningar och vald studieinriktning

Ö4. med fördjupad kunskap om sådana begrepp och metoder som ingår i tidigare kurser,

Betygskriterier 2000

Kriterier för betyget Godkänt

- G1: Eleven använder lämpliga matematiska begrepp, metoder och tillvägagångssätt för att formulera och lösa problem i ett steg.
- G2: Eleven genomför matematiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.
- G3: Eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner samt utför beräkningar på ett sådant sätt att det är möjligt att följa, förstå och pröva de tankar som kommer till uttryck.
- G4: Eleven skiljer gissningar och antaganden från givna fakta och härledningar eller bevis.

Kriterier för betyget Väl godkänt

- V1: Eleven använder lämpliga matematiska begrepp, metoder, modeller och tillvägagångssätt för att formulera och lösa olika typer av problem.
- V2: Eleven deltar i och genomför matematiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.
- V3: Eleven gör matematiska tolkningar av situationer eller händelser samt genomför och redovisar sitt arbete med logiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.
- V4: Eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner på sådant sätt att det är lätt att följa, förstå och pröva de tankar som kommer till uttryck såväl muntligt som skriftligt.
- V5: Eleven visar säkerhet beträffande beräkningar och lösning av olika typer av problem och använder sina kunskaper från olika delområden av matematiken.
- V6: Eleven ger exempel på hur matematiken utvecklats och använts genom historien och vilken betydelse den har i vår tid inom några olika områden.

Kriterier för betyget Mycket väl godkänt

- M1: Eleven formulerar och utvecklar problem, väljer generella metoder och modeller vid problemlösning samt redovisar en klar tankegång med korrekt matematiskt språk.
- M2: Eleven analyserar och tolkar resultat från olika typer av matematisk problemlösning och matematiska resonemang.
- M3: Eleven deltar i matematiska samtal och genomför såväl muntligt som skriftligt matematiska bevis.
- M4: Eleven värderar och jämför olika metoder, drar slutsatser från olika typer av matematiska problem och lösningar samt bedömer slutsatsernas rimlighet och giltighet.
- M5: Eleven redogör för något av det inflytande matematiken har och har haft för utvecklingen av vårt arbets- och samhällsliv samt för vår kultur.

Kopieringsunderlag för aspektbedömning

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och Genomförande	_____→		
Matematiska resonemang	_____→		
Redovisning och matematiskt språk	_____→		
Summa			

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och Genomförande	_____→		
Matematiska resonemang	_____→		
Redovisning och matematiskt språk	_____→		
Summa			

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och Genomförande	_____→		
Matematiska resonemang	_____→		
Redovisning och matematiskt språk	_____→		
Summa			

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och Genomförande	_____→		
Matematiska resonemang	_____→		
Redovisning och matematiskt språk	_____→		
Summa			

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och Genomförande	_____→		
Matematiska resonemang	_____→		
Redovisning och matematiskt språk	_____→		
Summa			

Kopieringsunderlag för bedömning av MVG-kvaliteter

Elevens namn:	Uppgift (☒-märkt)				Övriga uppgifter
	7	8	17	18	
MVG-kvalitet					
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning					
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet					
Genomför bevis och/eller analyserar matematiska resonemang					
Värderar och jämför metoder/modeller					
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk					

Elevens namn:	Uppgift (☒-märkt)				Övriga uppgifter
	7	8	17	18	
MVG-kvalitet					
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning					
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet					
Genomför bevis och/eller analyserar matematiska resonemang					
Värderar och jämför metoder/modeller					
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk					

Elevens namn:	Uppgift (☒-märkt)				Övriga uppgifter
	7	8	17	18	
MVG-kvalitet					
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning					
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet					
Genomför bevis och/eller analyserar matematiska resonemang					
Värderar och jämför metoder/modeller					
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk					