

Skolverket hänvisar generellt beträffande provmaterial till bestämmelsen om sekretess i 4 kap. 3 § sekretesslagen. För detta material gäller sekretessen fram till och med den 10 juni 2005.

NATIONELLT KURSPROV I MATEMATIK KURS C VÅREN 2005

Anvisningar

- Provtid** 240 minuter för Del I och Del II tillsammans. Vi rekommenderar att du använder högst 60 minuter för arbetet med Del I.
- Hjälpmedel** **Del I:** "Formler till nationellt prov i matematik kurs C, D och E".
Observera att miniräknare ej är tillåten på denna del.
Del II: Miniräknare och "Formler till nationellt prov i matematik kurs C, D och E".
- Provmaterialet** Provmaterialet inlämnas tillsammans med dina lösningar.
Skriv ditt namn och komvux/gymnasieprogram på de papper du lämnar in.
*Lösningar till Del I ska lämnas in innan du får tillgång till miniräknaren.
Redovisa därför ditt arbete på Del I på separat papper. Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.*
- Provet** Provet består av totalt 18 uppgifter. **Del I** består av 10 uppgifter och **Del II** av 8 uppgifter.
Till några uppgifter (där det står *Endast svar fordras*) behöver bara ett kort svar anges. Till övriga uppgifter räcker det inte med bara ett kort svar utan det krävs att du skriver ned vad du gör, att du förklarar dina tankegångar, att du ritar figurer vid behov och att du vid numerisk/grafisk problemlösning visar hur du använder ditt hjälpmedel.
Uppgift 18 är en större uppgift, som kan ta upp till en timme att lösa fullständigt. Det är viktigt att du försöker lösa denna uppgift. I uppgiften finns en beskrivning av vad läraren ska ta hänsyn till vid bedömningen av ditt arbete.
Försök att lösa alla uppgifterna. Det kan vara relativt lätt att även i slutet av provet få någon poäng för en påbörjad lösning eller redovisning. Även en påbörjad icke slutförd redovisning kan ge underlag för positiv bedömning.
- Poäng och betygsgränser** Provet ger maximalt 44 poäng.
Efter varje uppgift anges maximala antalet poäng som du kan få för din lösning. Om en uppgift kan ge 2 g-poäng och 1 vg-poäng skrivs detta (2/1). Några uppgifter är markerade med \square , vilket innebär att de mer än andra uppgifter erbjuder möjligheter att visa kunskaper som kan kopplas till MVG-kriterierna.
Undre gräns för provbetyget
Godkänd: 12 poäng.
Väl godkänd: 26 poäng varav minst 6 vg-poäng.
Mycket väl godkänd: Utöver kraven för Väl godkänd ska du ha visat prov på flertalet av de MVG-kvaliteter som de \square -märkta uppgifterna ger möjlighet att visa. Du ska dessutom ha minst 12 vg-poäng.

Namn: _____

Skola: _____

Komvux/gymnasieprogram: _____

Del I

Denna del består av 10 uppgifter och är avsedd att genomföras utan miniräknare. Dina lösningar på denna del görs på separat papper som ska lämnas in innan du får tillgång till din miniräknare.

Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.

1. Bestäm derivatan till

a) $f(x) = x^3 - 6x$ *Endast svar fordras* (1/0)

b) $f(x) = 5e^{4x}$ *Endast svar fordras* (1/0)

2. Funktionen $y = f(x)$ har ett lokalt maximum för $x = 5$

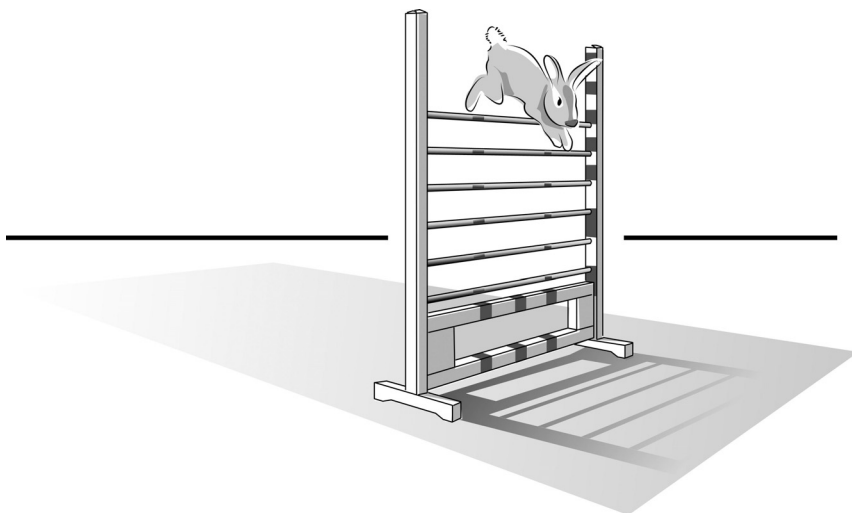
Vilket värde har $f'(5)$? *Endast svar fordras* (1/0)

3. Kaninen Tösen från Danmark satte 1997 världsrekord i höjdhopp för kaniner. Enligt en modell gäller att Tösens höjd under hoppet ges av

$$h(x) = 4x - 4x^2$$

där h är höjden i meter över golvet och där x är avståndet i meter längs golvet från avstampet.

Beräkna med hjälp av derivata Tösens maximala hopp höjd. (2/0)



4. Bryt ut och förenkla $\frac{14 - 2x}{7 - x}$ (1/0)

5. Använd konjugatregeln och förenkla $\frac{a + 3}{a^2 - 9}$ (1/0)

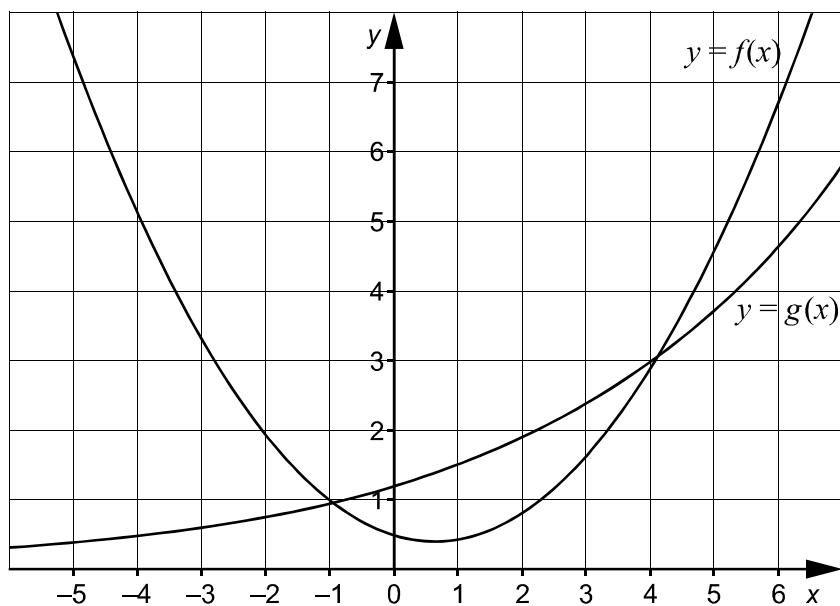
6. En kompis till dig funderar på hur kurvan $y = 2x^2 + 3$ ser ut och påstår sedan: ”Lutningen är alltid lika med 4, överallt på kurvan.”

Har din kompis rätt? Motivera ditt svar. (1/0)

7. Lös ekvationen $x^3 - x(8x - 16) = 0$ (0/2)

8. Är $\lg 9$ större eller mindre än 1? Motivera ditt svar. (1/1/□)

9. Figuren visar graferna till $y = f(x)$ och $y = g(x)$



För vilket eller vilka x gäller att $f'(x) = g'(x)$?

Motivera ditt svar med text och/eller genom att rita en figur. (1/1)

10. Visa att $f'(x) \geq 0$ för alla x om $f(x) = Ax^5 + Bx^3$ och A och B är positiva konstanter. (0/1/□)

Del II

Denna del består av 8 uppgifter och är avsedd att genomföras med miniräknare. Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.

11. En viss geometrisk summa kan beräknas med $\frac{4000 \cdot (1,03^5 - 1)}{1,03 - 1}$
- a) Skriv ut termerna i den geometriska summa som kan beräknas med uttrycket ovan. (2/0)
- b) Formulera ett problem som handlar om en verklig situation. Ditt problem ska kunna lösas genom att beräkna uttrycket $\frac{4000 \cdot (1,03^5 - 1)}{1,03 - 1}$ (1/0)
12. Fältforskningsenheten vid Sveriges Lantbruksuniversitet har undersökt hur mängden kväve i konstgödsel påverkar skördens storlek för olika kornsorter.
- För kornsorten Baronesse gäller funktionen
- $$f(x) = 0,002x^3 - 0,81x^2 + 105,6x + 1600 \quad 0 \leq x \leq 180$$
- där $f(x)$ är skördens storlek i kg/hektar och x är mängden tillsatt kväve i kg/hektar.
- Hur mycket kväve ska tillsättas för att skördens storlek ska bli maximal? (2/1)
13. Anders har fått en grafitande miniräknare. Förklara för Anders hur han ska göra för att lösa ekvationen $x^3 - 6x^2 = 1 - 9x$ med sin grafitande miniräknare. (2/0)
14. I början av år 2000 köpte Karin andelar i en IT-fond till ett värde av 3000 kr. Fem år senare hade värdet gått ner till 1712 kr.
- Beräkna den årliga procentuella värdeminskningen för hennes fondandelar. (0/2)

15. Carolina Klüft tävlar i sjukamp och är en av Sveriges främsta medaljkandidater i världsmästerskapen i friidrott 2005.

I sjukamp tävlar deltagarna i olika grenar. För att kunna summera resultaten från dessa grenar räknas resultatet i varje gren om till poäng.

Internationella friidrottsförbundet (IAAF) har bestämt de två formler som används för poängberäkning.

För löpgrenar används:

$$\text{Poäng} = a \cdot (b - M)^c$$

För kast- och hoppgrenar används:

$$\text{Poäng} = a \cdot (M - b)^c$$



Förklaring:

M = Uppmätt resultat (löpning i sekunder, hopp i centimeter, kast i meter)

a , b , c = konstanter, se tabellen nedan (b är det sämsta resultat som ger poäng)

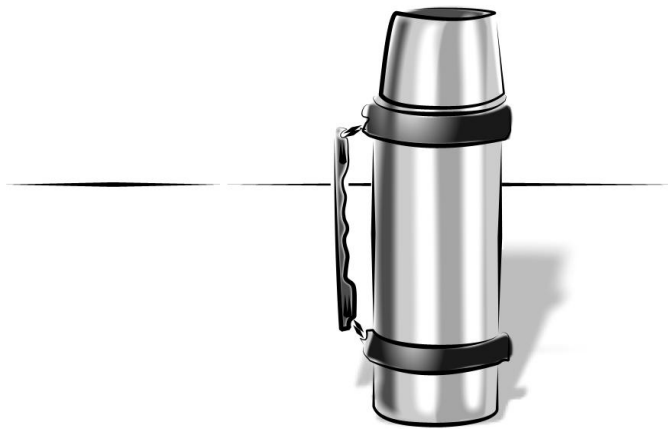
Gren	Konstanter		
	a	b	c
200 m	4,99087	42,5	1,81
800 m	0,11193	254	1,88
100 m häck	9,23076	26,7	1,835
Höjdhopp	1,84523	75	1,348
Längdhopp	0,188807	210	1,41
Kula	56,0211	1,5	1,05
Spjut	15,9803	3,8	

- a) Det svenska rekordet i längdhopp för damer är 699 cm. Hur många poäng får Carolina om hon hoppar så långt i en sjukamp? (1/0)
- b) Värdet på konstanten c för spjutkastning har fallit bort i tabellen. Bestäm c om du vet att ett kast på 48 meter ger 822 poäng. (1/0)
- c) Vid OS i Aten 2004 hade Carolina 6047 poäng inför sista grenen som var 800 m. Vilken tid hade hon behövt springa på för att slå det då gällande europarekordet 7009 poäng? (1/1)
- d) Varför används två olika formler? (0/1/α)

16. I denna uppgift ska du bestämma derivatans värde till $f(x) = x^2 + 3$ i den punkt på kurvan där $x = 4$

- a) Lös uppgiften med hjälp av deriveringsregler. (1/0)
- b) Lös uppgiften med hjälp av lämplig ändringskvot. (1/0)
- c) Lös uppgiften med hjälp av derivatans definition. (0/1/□)

17. En termos fylls med hett kaffe och placeras direkt utomhus där temperaturen ligger kring noll grader. Temperaturen på kaffet avtar exponentiellt med tiden.



Efter 4 timmar är temperaturen $76\text{ }^\circ\text{C}$ och vid samma tidpunkt minskar temperaturen med hastigheten $4,1\text{ }^\circ\text{C}$ per timme.

- a) Vilken var temperaturen på kaffet då det hälldes i termos? (0/3/□)
- b) Kaffet anses drickbart så länge dess temperatur inte understiger $55\text{ }^\circ\text{C}$. Hur lång tid efter att man hällt kaffet i termos är det fortfarande drickbart? (0/1)

Vid bedömning av ditt arbete med denna uppgift kommer läraren att ta extra hänsyn till

- Hur generell din lösning är
- Hur väl du motiverar dina slutsatser
- Hur väl du utför dina beräkningar
- Hur väl du redovisar ditt arbete
- Hur väl du använder det matematiska språket

18. Micke och Peter har startat ett företag inom Ungt Företagande (UF). De säljer tröjor med trycket "Mmm ... matematik" och har kunder i alla delar av landet. Därför tänker de skicka tröjorna med posten. För att ta reda på vad som gäller för att skicka paketen går de in på Postens hemsida. Där hittar de en måttguide som innehåller informationen nedan:

Längd + bredd + bredd + höjd + höjd får vara max 200 cm

Längd: max 150 cm

Bredd: max 70 cm

Höjd: max 115 cm

De vill skicka tröjorna i paket som har så stor volym som möjligt, utan att överskrida Postens maximimått.

Micke tror att ett kubiskt paket ger störst volym. Peter tror att volymen blir ännu större om paketet inte har formen av en kub, men bredd och höjd är lika.



- Vilken av de två typerna av paket ger största möjliga volym?
- Är samma typ av paket störst om begränsningen 200 cm ändras?

(3/4/□)

Innehåll

	Sid nr
Mål att sträva mot i Kursplan för matematik 2000	3
Sammanställning av hur mål och kriterier berörs av kursprovet	4
Kravgränser.....	5
Allmänna riktlinjer för bedömning	6
Bedömningsanvisningar del I och del II	7
Mål för matematik kurs C - Kursplan 2000	26
Betygskriterier 2000.....	27
Kopieringsunderlag för aspektbedömning	28
Kopieringsunderlag för bedömning av MVG-kvaliteter.....	29

Mål att sträva mot i Kursplan för matematik 2000

Skolan skall i sin undervisning i matematik sträva efter att eleverna

1. utvecklar sin tilltro till den egna förmågan att lära sig mera matematik, att tänka matematiskt och att använda matematik i olika situationer,
2. utvecklar sin förmåga att tolka, förklara och använda matematikens språk, symboler, metoder, begrepp och uttrycksformer,
3. utvecklar sin förmåga att tolka en problemsituation och att formulera den med matematiska begrepp och symboler samt välja metod och hjälpmedel för att lösa problemet,
4. utvecklar sin förmåga att följa och föra matematiska resonemang samt redovisa sina tankegångar muntligt och skriftligt,
5. utvecklar sin förmåga att med hjälp av matematik lösa problem på egen hand och i grupp bl.a. av betydelse för vald studieinriktning samt att tolka och värdera lösningarna i förhållande till det ursprungliga problemet,
6. utvecklar sin förmåga att reflektera över sina erfarenheter av begrepp och metoder i matematiken och sina egna matematiska aktiviteter,
7. utvecklar sin förmåga att i projekt och gruppdiskussioner arbeta med sin begreppsbyggnad samt formulera och motivera olika metoder för problemlösning,
8. utvecklar sin förmåga att utforma, förfina och använda matematiska modeller samt att kritiskt bedöma modellernas förutsättningar, möjligheter och begränsningar,
9. fördjupar sin insikt om hur matematiken har skapats av människor i många olika kulturer och om hur matematiken utvecklats och fortfarande utvecklas,
10. utvecklar sina kunskaper om hur matematiken används inom informationsteknik, samt hur informationsteknik kan användas vid problemlösning för att åskådliggöra matematiska samband och för att undersöka matematiska modeller.

Kursproven i matematik som konstruerats med utgångspunkt i kursplanemål och de tillhörande betygskriterierna speglar strävansmålen för skolans undervisning i gymnasiekurserna. Varje enskild uppgift i provet som prövar en viss kunskap eller färdighet inom kursen fungerar också som en indikator på i vad mån skolan i sin undervisning har strävat efter att ha utvecklat en elevs förmåga i flera avseenden. Alla uppgifter i detta prov kan därför sägas beröras av strävansmål 2. Strävansmål 3 kan mera direkt kopplas till uppgifterna 10, 11b, 14, 17 och 18. Strävansmål 4 som handlar om resonemang och kommunikation berörs av uppgifterna 6, 8, 9, 10, 11b, 13, 15d, 16c och 18. Strävansmål 5 berörs av uppgifterna 8, 10, 14, 17 och 18 som kan kategoriseras som problemlösning. Strävansmål 6 berörs av 6, 8, 13 och 18 som alla har en högre grad av öppenhet. Strävansmål 8 som avser indikera elevernas kunskaper i modellering kan kopplas till uppgifterna 14, 17 och 18.

Kravgränser

Detta prov kan ge maximalt 44 poäng, varav 25 g-poäng.

Undre gräns för provbetyget

Godkänd: 12 poäng.

Väl godkänd: 26 poäng varav minst 6 vg-poäng.

Mycket väl godkänd: För provbetyget Mycket väl godkänd gäller utöver kraven för Väl godkänd att eleven ska ha visat prov på minst *tre av de fem* MVG-kvaliteter som de □-märkta uppgifterna ger möjlighet att visa (se tabellen nedan). Eleven ska dessutom ha minst 12 vg-poäng.

MVG-kvalitet	Uppgift					
	8	10	15d	16c	17a	18
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning	○	○	□	○	○	○
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet	□	□	□	□	□	○
Genomför bevis och analyserar matematiska resonemang	○	○	□	□	□	○
Värderar och jämför metoder/modeller	□	□	○	□	□	□
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk	□	□	□	○	○	○

Allmänna riktlinjer för bedömning

1. Allmänt

Bedömning ska ske utgående från läroplanens och kursplanens mål samt betygskriterierna, och med hänsyn tagen till den tolkning av dessa dokument som gjorts lokalt.

2. Positiv bedömning

Utgångspunkten är att eleverna ska få poäng för lösningarnas förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister. Uppgifterna ska bedömas med högst det antal poäng som anges i provhäftet.

3. g- och vg-poäng

För att tydliggöra anknytningen till betygskriterierna för betygen Godkänd respektive Väl godkänd används separata g- och vg-poängskalor vid bedömningen. Antalet möjliga g- och vg-poäng på en uppgift anges åtskilda av ett snedstreck, t.ex. 1/0 eller 2/1.

4. Uppgifter av kortsvarstyp (*Endast svar fordras*)

4.1 Godtagbara slutresultat av beräkningar eller resonemang ger poäng enligt bedömningsanvisningarna.

4.2 Bedömning av brister i svarets utformning, t.ex. otillräcklig förenkling, felaktig noggrannhet, felaktigt avrundat svar, utelämnad eller felaktig enhet lämnas till lokala beslut.

5. Uppgifter av långsvarstyp

5.1 Ett svar med t.ex. enbart resultatet av en beräkning utan motivering ger inga poäng. För full poäng krävs en redovisning som leder fram till ett godtagbart svar. Redovisningen ska vara tillräckligt utförlig och uppställd på ett sådant sätt att tankegången kan följas.

5.2 När bedömningsanvisningarna t.ex. anger +1-2g innehåller den förväntade redovisningen flera komponenter eller tankesteg som kan anses motsvara de angivna poängen¹. Exempel på bedömda elevarbeten ges i anvisningarna då det kan anses särskilt påkallat. Kraven för delpoängen bestäms i övrigt lokalt.

5.3 I bedömningsanvisningarna till flerpoängsuppgifter är de olika poängen ibland oberoende av varandra, men oftast förutsätter t.ex. poäng för ett korrekt svar att också poäng utdelats för en godtagbar metod.²

5.4 Frågan om hur vissa typfel ska påverka bedömningen lämnas till lokala beslut. Det kan t.ex. gälla missuppfattning av uppgift, följdfel³, formella fel och enklare räknfel.

6. Aspektbedömning

Vissa mer omfattande uppgifter ska bedömas utifrån de tre aspekterna ”Metodval och genomförande”, ”Matematiskt resonemang” samt ”Redovisning och matematiskt språk” som var för sig ger g- och vg-poäng enligt bedömningsanvisningarna.

7. Krav för olika provbetyg

7.1 Den på hela provet utdelade poängen summeras dels till en totalsumma och dels till en summa vg-poäng.

7.2 Kravet för provbetyget Godkänd uttrycks som en minimigräns för totalsumman.

7.3 Kravet för provbetyget Väl godkänd uttrycks som en minimigräns för totalsumman med tillägget att ett visst minimivärde för summan vg-poäng måste uppnås.

7.4 Som krav för att en elevs prov skall betraktas som en indikation på betyget Mycket väl godkänd anges minimigränser för totalsumman och summan vg-poäng. Dessutom anges kvalitativa minimikrav för redovisningarna på vissa speciellt märkta (⊕) uppgifter.

¹ Sådana anvisningar tillämpas bland annat till uppgifter som har en sådan mångfald av lösningsmetoder att en precisering av anvisningen riskerar att utesluta godtagbara lösningar.

² Ett exempel på en bedömningsanvisning där senare poäng är beroende av tidigare är:

Godtagbar metod, t.ex. korrekt tecknad ekvation	+ 1g
med korrekt svar	+ 1g

³ Fel i deluppgift bör inte påverka bedömningen av de följande deluppgifterna. Om uppgiftens komplexitet inte minskas avsevärt genom tidigare fel så kan det lokalt beslutas att tilldela full poäng på en uppgiftslösning trots förekomst av följdfel.

Skolverket hänvisar generellt beträffande provmaterial till bestämmelsen om sekretess i 4 kap. 3 § sekretesslagen. För detta material gäller sekretessen fram till och med den 10 juni 2005.

Bedömningsanvisningar (MaC vt 2005)

Exempel på ett godtagbart svar anges inom parentes. Bedömningen ”godtagbar” ska tolkas utifrån den undervisning som föregått provet. Till en del uppgifter är bedömda elevlösningar bifogade för att ange nivån på bedömningen.

Uppg.	Bedömningsanvisningar	Poäng
Del I		
1.		Max 2/0
	a) Korrekt svar ($f'(x) = 3x^2 - 6$)	+1 g
	b) Korrekt svar ($f'(x) = 20e^{4x}$)	+1 g
2.		Max 1/0
	Korrekt svar ($f'(5) = 0$)	+1 g
3.		Max 2/0
	Godtagbar bestämning av maximipunktens x -koordinat, $x = 0,5$	+1 g
	med godtagbar bestämning av maximal hopphöjd (1 m)	+1 g
4.		Max 1/0
	Korrekt faktorisering med korrekt svar (2)	+1 g
5.		Max 1/0
	Korrekt tillämpad konjugatregel med korrekt svar ($\frac{1}{a-3}$)	+1 g
6.		Max 1/0
	Korrekt svar (Nej) med godtagbar motivering som pekar på det faktum att kurvans lutning varierar.	+1 g

Uppg. Bedömningsanvisningar**Poäng**

7.

Max 0/2

Godtagbar ansats, t ex faktorerar uttrycket

+1 vg

med korrekt svar ($x_1 = 0, x_{2,3} = 4$)

+1 vg

8.

Max 1/1/□Korrekt svar ($\lg 9 < 1$) med försök till motivering, t ex genom att hänvisa till att $\lg 10 = 1$

+1 g

med godtagbar motivering, t ex genom att försöka påvisa att funktionen är växande genom att ange värden för några olika logaritmer

+1 vg

MVG-kvalitet	visar eleven i denna uppgift genom att:
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning	använda generell metod: Eleven styrker att $\lg 9 < 1$ med ett generellt resonemang, t ex genom att hävda att $y = \lg x$ är en växande funktion.
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet	
Genomför bevis och analyserar matematiska resonemang	genomföra bevis: Eleven gör t ex en omskrivning med hjälp av definitionen och kan därigenom diskutera värdet av $\lg 9$ på ett obestridligt sätt.
Värderar och jämför metoder/modeller	
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk	

Exempel på elevlösningar och hur de poängsätts ges nedan. Andra lösningsförslag ska bedömas på likvärdigt sätt.

Elevlösning 1 (1 g och 1 vg)

$\lg 1 = 0$	$\lg 10 = 1$	$0 < \lg 9 < 1$
-------------	--------------	-----------------

Kommentar: Eleven försöker, med några specialfall, påvisa att funktionen är växande. Elevlösningen är knapphändig, vilket gör att kvaliteten i elevlösningen bedöms vara precis över gränsen för erhållande av 1 g och 1 vg-poäng.

Uppg. Bedömningsanvisningar

Poäng

Elevlösning 2 (1 g och 1 vg och en av MVG-kvaliteterna)

Mindre än 1 eftersom den logaritmiska kurvan är växande mellan $\lg 1$ och $\lg 10$ och $\lg 10 = 1$ och $\lg 1 = 0$

Kommentar: Eleven hävdar att $y = \lg x$ är växande i ett intervall och försöker därmed, på ett generellt plan, förklara varför $\lg 9 < 1$. Elevlösningen uppvisar 1 MVG-kvalitet.

Elevlösning 3 (1 g och 1 vg och två av MVG-kvaliteterna)

$\lg 9$ betyder 10 upphöjt i vadå är 9
 Alltså: $10^x = 9$
 Vi vet att: $10^1 = 10$
 Därför borde $\lg 9$ eller x vara mindre än 1

Kommentar: Eleven använder definitionen för att övergå till värden som lätt kan rangordnas i storlek. Lösningen är generell och har karaktären av ett bevis. Den uppvisar två MVG-kvaliteter.

9.

Max 1/1

Bedömningsanvisningen nedan visar hur elevens lösning ska poängsättas.

Lägre	Högre
<p>Eleven ger ett godtagbart svar ($x \approx 1,5$)</p> <p>eller</p> <p>en godtagbar motivering, t ex ”$f(x)$ har samma lutning som $g(x)$”</p> <p style="text-align: center;">1g</p>	<p>Eleven ger ett godtagbart svar ($x \approx 1,5$) och en godtagbar motivering, ”$f(x)$ har samma lutning som $g(x)$”</p> <p>eller</p> <p>en godtagbar motivering som underförstått innehåller ett godtagbart svar, t ex ”Det x för vilket $f(x)$ har samma lutning som $g(x)$”</p> <p style="text-align: center;">1g och 1 vg</p>

Uppg. Bedömningsanvisningar**Poäng****10.****Max: 0/1/□**Godtagbar ansats, korrekt derivering av funktionen, $f'(x) = 5Ax^4 + 3Bx^2$

+1 vg

MVG-kvalitet	visar eleven i denna uppgift genom att:
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning	använda generell metod: Eleven resonerar generellt kring derivatans tecken, för t ex fallet $x < 0$, och verifierar sina påståenden.
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet	
Genomför bevis och analyserar matematiska resonemang	genomföra bevis: Eleven utreder alla fall, dvs. visar, med ett generellt resonemang, att $f'(x) > 0$ för $x < 0$ och $x > 0$ och att $f'(0) = 0$.
Värderar och jämför metoder/modeller	
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk	

Exempel på en elevlösning och hur den poängsätts ges nedan. Andra lösningsförslag ska bedömas på likvärdigt sätt.

Elevlösning 1 (1 vg och 2 av MVG-kvaliteterna)

$$f(x) = Ax^5 + Bx^3$$

$$f'(x) = 5Ax^4 + 3Bx^2$$

$$= 5A \cdot x^2 \cdot x^2 + 3Bx^2$$

Om $x=0$ blir $f'(0) = 0$ ($5A \cdot 0 + 3B \cdot 0 = 0!$)

Om $x > 0$ el. $x < 0$ blir det $f'(x) > 0$

eftersom alla tal i kvadrat blir positivt

$$f'(x) = 5A \cdot \overset{\uparrow}{x^2} \cdot \overset{\uparrow}{x^2} + 3B \cdot \overset{\uparrow}{x^2}$$

$$\qquad \qquad \qquad \uparrow \quad \uparrow \quad \qquad \qquad \uparrow$$

$$\qquad \qquad \qquad >0 \quad >0 \quad \qquad \qquad >0$$

alltså är $f'(x) \geq 0$

Kommentar: Eleven för ett helt generellt resonemang kring derivatans tecken, verifierar sina påståenden och utreder alla fall.

Uppg.	Bedömningsanvisningar	Poäng
Del II		
11.		Max 3/0
a)	<p>Elevens svar ska bedömas utifrån:</p> <ul style="list-style-type: none"> • antalet termer i summan • värdet på första termen • värdet på kvoten 	
	Elevens svar är korrekt med avseende på minst två av ovanstående punkter	+1 g
	Elevens svar är korrekt med avseende på alla tre punkterna ($4000 + 4000 \cdot 1,03 + 4000 \cdot 1,03^2 + 4000 \cdot 1,03^3 + 4000 \cdot 1,03^4$)	+1 g
b)	Godtagbart formulerat problem, t ex ”Kalle sätter in 4000 kr varje år på ett sparkonto som ger 3 % ränta. Hur mycket pengar har han efter den femte insättningen?”	+1 g
12.		Max 2/1
	Godtagbar ansats, t ex korrekt derivering av funktionen $f'(x) = 0,006x^2 - 1,62x + 105,6$	+1 g
	med godtagbar lösning av ekvationen $f'(x) = 0$, $x_1 = 110$ och $x_2 = 160$ och godtagbart svar (110 kg/hektar)	+1 g
	med godtagbar verifiering av det största värdet, dvs. jämförelse av funktionsvärdena för intervallgränser och derivatans nollställen	+1 vg
13.		Max 2/0
	Godtagbar beskrivning av lösningsmetod, metodbeskrivningen pekar på användning av någon av grafitarens olika ekvationslösningsmetoder	+1 g
	med tydlig beskrivning av lösningsmetod, metodbeskrivningen är fullständig, allmänt hållen eller detaljerad, och innehåller en redogörelse för vilken/vilka funktion/er som studeras.	+ 1 g

Uppg. Bedömningsanvisningar**Poäng**

Exempel på elevlösningar och hur de poängsätts ges nedan. Andra lösningsförslag ska bedömas på likvärdigt sätt.

Elevlösning 1 (1 g)

Genom att lokalisera en knapp med namn MATH eller liknande kan man använda grafritarens eventuellt inbyggda andra- och tredjegradsekvationslösnare. Funktionen kan kallas "nSolver" eller liknande. Man följer anvisningarna i den medföljande manualen om problem uppstår.

(Annars deriverar man funktionen, löser ut x med eventuell andragradsekvation och sedan har svaret i sin gyldene räknare.)

Kommentar: Eleven hänvisar till en användbar funktion på grafritaren, "nSolver". Övriga delar av elevlösningen är antingen irrelevanta eller felaktiga. Kvaliteten i elevlösningen bedöms vara precis på gränsen för erhållande av 1 g-poäng.

Elevlösning 2 (2 g)

Jag skulle råda honom att flytta över i

$$x^3 - 6x^2 + 9x - 1 = 0$$

och sedan mata in denna ekvation för att se den i grafönstret. Här kan man ~~zooma~~ zooma in vid alla punkter där kurvan skär x -axeln.

Kommentar: Eleven ger en godtagbar, allmänt hållen, fullständig beskrivning.

14.**Max 0/2**

Godtagbar ansats, t ex tecknar ekvationen $1712 = 3000 \cdot a^5$

+1 vg

med godtagbart svar (11 %)

+1 vg

15.**Max: 3/2/2**

a) Godtagbar lösning (1169)

+1 g

b) Godtagbar lösning (1,04)

+1 g

c) Godtagbar ansats, t ex tecknar ekvationen $962 = 0,11193 \cdot (254 - r)^{1,88}$
med i övrigt godtagbar lösning och godtagbart svar (130 s)

+1 g

+1 vg

d) Godtagbar förklaring, t ex "I löpning ska formeln fungera så att den

Uppg. Bedömningsanvisningar

Poäng

MVG-kvalitet	visar eleven i denna uppgift genom att:
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning	
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet	
Genomför bevis och analyserar matematiska resonemang	
Värderar och jämför metoder/modeller	jämföra modellerna: och formulera ett korrekt påstående som besvarar frågan, t ex som i citatet på föregående sida. *
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk	

* Eftersom denna uppgift kräver MVG-kvalitet för sin lösning så kommer godtagbara elevlösningar att ge vg-poäng och visa på MVG-kvaliteter på samma gång.

16.

Max 2/1/□

- a) Korrekt bestämd derivata ($f'(4) = 8$) +1 g
- b) Korrekt tecknad ändringskvot, t ex $\frac{(4+0,1)^2 + 3 - (4^2 + 3)}{0,1}$ med korrekt bestämd derivata (t ex $f'(4) = 8,1$) +1 g
- c) Godtagbar ansats, korrekt tecknad ändringskvot, t ex $\frac{(4+h)^2 + 3 - (4^2 + 3)}{h}$ +1 vg

MVG-kvalitet	visar eleven i denna uppgift genom att:
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning	använda generell metod: Eleven tecknar en korrekt ändringskvot som åtminstone innehåller en variabel, förenklar uttrycket korrekt och ger ett korrekt svar ($f'(4) = 8$)
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet	
Genomför bevis och analyserar matematiska resonemang	
Värderar och jämför metoder/modeller	
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk	redovisningen är välstrukturerad och tydlig. Det matematiska språket är i huvudsak korrekt.

Uppg. Bedömningsanvisningar

Poäng

Exempel på elevlösningar och hur de poängsätts ges nedan. Andra lösningsförslag ska bedömas på likvärdigt sätt.

Elevlösning 1 (1 vg-poäng och en av MVG-kvaliteterna)

$$c) \frac{(4+h)^2 + 3 - (16 + 3)}{h}$$

$$\frac{16 + 8h + h^2 + 3 - 16 - 3}{h}$$

$$\frac{8h + h^2}{h} \quad \frac{h(8+h)}{h} \quad \lim_{h \rightarrow 0} \rightarrow \begin{matrix} 8+h. \\ = 8 \end{matrix}$$

svar: 8

Kommentar: Eleven tecknar en korrekt ändringskvot med en variabel och genomför förenklingen korrekt. Elevlösningen brister i det matematiska språket. Lösningen uppvisar MVG-kvaliteter i en av två möjliga avseenden.

Elevlösning 2 (1 vg-poäng och två av MVG-kvaliteterna)

$$c) \left| \begin{aligned} f(x) &= x^2 + 3 \\ f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \\ f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h)^2 + 3 - f(x^2 + 3)}{h} \\ \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x^2 + 2xh + h^2 + 3 - x^2 - 3}{h} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2xh + h^2}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h(2x+h)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} 2x+h = 2x+0 = \underline{2x} \\ f'(4) &= 2 \cdot 4 = \underline{8} \end{aligned} \right.$$

Kommentar: Eleven tecknar en korrekt ändringskvot med två variabler, förenklar uttrycket och ger ett korrekt svar. Elevlösningen uppvisar ett lämpligt och i huvudsak korrekt

matematisk språk. Skrivsättet $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h)^2 + 3 - f(x^2 + 3)}{h}$ är inte korrekt, därför bedöms

kvaliteten i lösningen vara precis på gränsen för uppvisande av MVG-kvalitet med avseende på det matematiska språket. Elevlösningen uppvisar MVG-kvaliteter i båda avseendena.

Uppg.	Bedömningsanvisningar	Poäng
17.		Max 0/4/□
a)	Godtagbar tolkning av ett villkor	+ 1 vg
	med godtagbar tolkning av båda villkoren, t ex $\begin{cases} Ce^{4a} = 76 \\ Cae^{4a} = -4,1 \end{cases}$	+1 vg
	med godtagbar bestämning av temperaturen (94 °C)	+1 vg

MVG-kvalitet	visar eleven i denna uppgift genom att:
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning	Formulera problemet: Eleven tolkar texten och formulerar en matematisk modell i form av t ex ekvationssystemet ovan.*
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet	
Genomför bevis och analyserar matematiska resonemang	
Värderar och jämför metoder/modeller	
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk	Redovisningen är välstrukturerad och tydlig. Det matematiska språket är i huvudsak korrekt.

* Eftersom denna uppgift kräver MVG-kvalitet för sin lösning så kommer godtagbara elevlösningar att ge vg-poäng och visa på MVG-kvaliteter på samma gång.

b) Godtagbar lösning (10 timmar) +1 vg

Uppg. Bedömningsanvisningar

Poäng

18.

Max 3/4/□

Uppgiften ska bedömas med s.k. aspektbedömning. Bedömningsanvisningarna innehåller två delar:

- Först beskrivs i en tabell olika kvalitativa nivåer för tre olika aspekter på kunskap som läraren ska ta hänsyn till vid bedömningen av elevens arbete.
- Därefter ges exempel på bedömda elevlösningar med kommentarer och poängsättning.

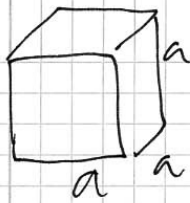
Bedömningen avser	Kvalitativa nivåer		Total poäng
	Lägre	→ Högre	
<p>Metodval och genomförande <i>I vilken grad eleven kan tolka en problemsituation och lösa olika typer av problem. Hur fullständigt och hur väl eleven använder metoder och tillvägagångssätt som är lämpliga för att lösa problemet.</i></p>	<p>Eleven bestämmer, med hänsyn tagen till begränsningen 200 cm, största möjliga volym för kubens (64 dm^3) och finner en volym för rätblocket som ej nödvändigtvis är större.</p> <p style="text-align: center;">1 g</p>	<p>Eleven bestämmer största möjliga volym för kubens (64 dm^3) och tecknar ett uttryck i en variabel för volymen av rätblocket.</p> <p style="text-align: center;">1g och 1 vg</p>	1/1
<p>Matematiskt resonemang <i>Förekomst och kvalitet hos värdering, analys, reflektion, bevis och andra former av matematiskt resonemang.</i></p>	<p>Eleven formulerar någon slutsats/några slutsatser om vilket paket som kan få den största volymen när begränsningen är 200 cm och när begränsningen ändras, t ex 400 cm och 500 cm.</p> <p>Slutsatserna baseras på beräkningar på specialfall.</p> <p style="text-align: center;">1-2 g</p>	<p>Eleven formulerar någon slutsats/några slutsatser om vilket paket som kan få den största volymen när begränsningen är 200 cm och när begränsningen ändras, t ex 400 cm och 500 cm.</p> <p>Slutsatserna baseras på studier av volymfunktioner.</p> <p style="text-align: center;">1-2 g och 1-2 vg</p>	2/2
<p>Redovisning och matematiskt språk <i>Hur klar, tydlig och fullständig elevens redovisning är och hur väl eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner.</i></p>		<p>Redovisningen är lätt att följa och förstå. Det matematiska språket är lämpligt.</p> <p style="text-align: center;">1 vg</p>	0/1
Summa			3/4

MVG-kvaliteterna beskrivs på nästa sida

MVG-kvalitet	visar eleven i denna uppgift genom att:
Formulerar och utvecklar problemet, använder generella metoder/modeller vid problemlösning	använda generella metoder: Eleven ersätter 200 cm med en variabel, i andra punkten. Eleven bestämmer kubens största volym och räbblockets volym som funktion av denna variabel.
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet	analysera och tolka resultat: Eleven gör en godtagbar generell jämförelse av de två volymfunktionerna, och drar någon godtagbar slutsats.
Genomför bevis och analyserar matematiska resonemang	genomföra bevis: Genom att utföra de två ovanstående punkterna korrekt har eleven bevisat att räbblocket alltid kan anta en större volym än kubens.
Värderar och jämför metoder/modeller	
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk	Redovisningen är välstrukturerad och tydlig. Det matematiska språket är i huvudsak korrekt.

Exempel på bedömda elevlösningar till uppgift 18

Elevlösning 1 (1 g)



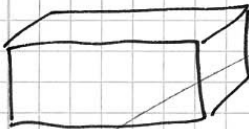
längd = max 150 cm
 bredd = max 70 cm
 höjd = max 115 cm

Paketet
 kubiskt!

$$l + b + b + h + h$$

cm	längd	bredd	höjd	volym
100	20	20	20	8000 dm ³
125	25	25	25	15625 dm ³
150	30	30	30	27000 dm ³
175	35	35	35	42875 dm ³
200	40	40	40	64000 dm ³

Lådans volym kan max bli 64000 dm³ när
 $l + b + b + h + h$ begränsningen är 200 cm
 Om vi tittar på hur det blir när paketet inte
 är kubiskt blir det följande



$l + b + b + h + h$	längd	bredd	höjd	volym
120	100	5	5	2500
190	100	20	20	
	90	35	35	
	80	50	50	

Bedömning

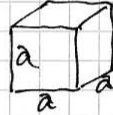
	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande	X	1/0	Eleven finner, med prövning, kubens största volym och beräknar en rätkubsvolym som är mindre.
Matematiskt resonemang		0/0	Ingen slutsats.
Redovisning och matematiskt språk		0/0	För lite underlag för att bedöma redovisning och matematiskt språk.
Summa		1/0	

Elevlösning 2 (3 g och 2 vg)

$$\begin{aligned} \text{längd} &< 150 \text{ cm} \\ \text{bredd} &< 70 \text{ cm} \\ \text{höjd} &< 115 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{längd} + \text{bredd} + \text{bredd} + \text{höjd} + \\ \text{höjd} &< 200 \text{ cm} \end{aligned}$$

kubiskt paket



$$a \cdot a \cdot a = V$$

$$70 \cdot 70 \cdot 70 = 343\,000 \text{ cm}^3$$

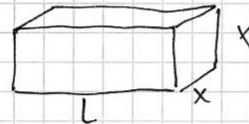
$$70 \cdot 5 = 350 \text{ för stort}$$

$$\frac{200}{5} = 40$$

$$40 \cdot 40 \cdot 40 = 64\,000 \text{ cm}^3$$

Om paketet ska vara kubiskt får sidorna vara högst 40 cm

bredd och höjd lika



$$L + 4x = 200$$

$$4 \cdot 30 + 80 = 200$$

$$V = 30 \cdot 30 \cdot 80 = 72\,000 \text{ cm}^3$$

Peters förslag om lådor som inte är kubiska men där höjd och bredd är lika ger största möjliga volym

$$l + 2b + 2h = 200$$

$$x + 2x + 2x = 200$$

$$l + 2x + 2x = 200$$

$$(200 - 4x) \cdot x \cdot x =$$

$$5x = 200 \quad x = 40$$

$$l + 4x = 200 \quad l = 200 - 4x$$

$$(200 - 4x) + 4x = 200$$

$$200 - 4x + 4x = 200$$

Om begränsningen 200cm ändras uppåt

$$l + 2h + 2b > 200$$

$$ku \quad 70 \cdot 70 \cdot 70 = 343000 \text{ cm}^3 \quad \left. \begin{array}{l} (70 \text{ cm max bredd}) \\ 5 \cdot 70 = 350 \end{array} \right\} 396000 > 343000$$

$$5 \cdot 70 = 350$$

$$l + 2h + 2b = 350 \quad h = b$$

$$60 \cdot 60 \cdot 110 = 396000 \text{ cm}^3$$

gäller samma sak som förut
200cm

Om begränsningen ändras neråt

$$l + 2h + 2b < 200$$

$$20 + 20 + 20 + 20 + 20 = 100$$

$$20 \cdot 20 \cdot 20 = 8000 \text{ cm}^3$$

$$l + 2h + 2b = 100 \quad 2 \cdot 10 + 2 \cdot 10 + 60 =$$

$$10 \cdot 10 \cdot 60 = 6000 \text{ cm}^3$$

$$8000 > 6000$$

har kubikpaketet större volym

Bedömning

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande	X →	1/1	Eleven tecknar ett uttryck i en variabel, men visar ej att uttrycket motsvarar en volym.
Matematiskt resonemang	X →	2/0	Godtagbara slutsatser, i och med att de stöds av undersökningen.
Redovisning och matematiskt språk	X →	0/1	På grund av vald lösningsmetod, prövning, visas ej matematiskt språk av C-kurskaraktär. Redovisning är dock lätt att följa och förstå.
Summa		3/2	

Kommentarer: Kvaliteten i elevlösningen bedöms vara precis på gränsen för att erhålla 1 g och 1 vg-poäng för metodval och genomförande samt 1 vg-poäng för redovisning och matematiskt språk.

Elevlösning 3 (3 g och 4 vg)

Peters idé

$$y = x^2(200 - 4x)$$

$$y = 200x^2 - 4x^3$$

$$y' = 400x - 12x^2$$

$$y' = x(400 - 12x)$$

$$y' = 0 \Rightarrow x(400 - 12x)$$

$$x_1 = 0 \quad x_2 = 33,3$$

x	minimi	maximi
	0	33,3
y(x)	→ 0	→ 74074
y'(x)	- 0	+ 0 -

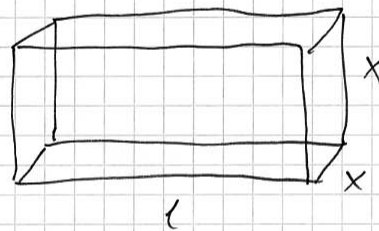
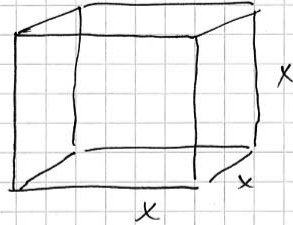
$$V_{\max} = 74074 \text{ cm}^3$$

V = Volym Peters låda är störst.

Miches idé

$$y = (200/5)^3$$

$$y = 64000$$



$$y = x^2(300 - 4x)$$

$$y = 300x^2 - 4x^3$$

$$y' = 600x - 12x^2$$

$$y' = x(600 - 12x)$$

$$y' = 0 \Rightarrow x(600 - 12x)$$

$$x_1 = 0 \quad x_2 = 50$$

x	minimi	maximi
	0	50
y(x)	→ 0	→ 250000
y'(x)	- 0	+ 0 -

$$V_{\max} = 250000 \text{ cm}^3$$

störst!

$$y = (300/5)^2$$

$$y = 216000$$

$$V_{\max} = 216000 \text{ cm}^3$$

$$y = x^2(600 - 4x)$$

$$y = 600x^2 - 4x^3$$

$$y' = 1200x - 12x^2$$

$$y' = x(1200 - 12x)$$

$$y' = 0 \Rightarrow x(1200 - 12x)$$

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & & \downarrow \\ x_1 = 0 & & x_2 = 100 \end{array}$$

$$y = \left(\frac{600}{5}\right)^3$$

$$y = 1728000$$

x	0	100
y(x)	0	2 · 10 ⁶
y'(x)	-	+

starkt

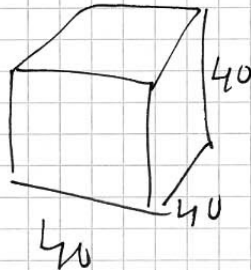
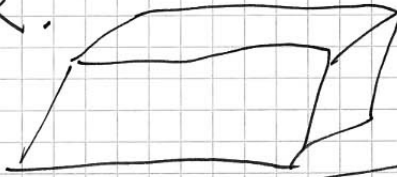
Peters läda är alltid starkt om begränsningen 200 cm ändras.

Bedömning

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande	X	1/1	
Matematiskt resonemang	X	2/2	Lapsusfel: $y = \left(\frac{300}{5}\right)^2$ Det tredje teckenschemat är felaktigt.
Redovisning och matematiskt språk	X	0/1	
Summa		3/4	

Elevlösning 4 (3 g och 4 vg och fyra av MVG-kvaliteterna)

SVAR.



Micke

$$5x = 200$$

$$x = 40$$

$$V = x^3$$

$$V = 64000 \text{ cm}^3$$

$$z = 200 - 4x$$

Peter

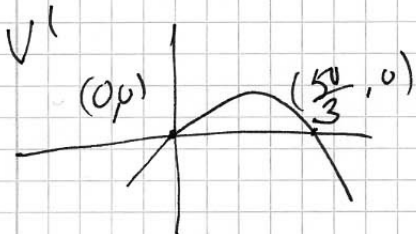
~~$$z + 4x = 200$$~~

$$V = z \cdot x^2 = x^2 (200 - 4x) = 200x^2 - 4x^3$$

$$V' = 400x - 12x^2$$

$$V' = 0 \Rightarrow 400x - 12x^2 = 0$$

$$x^2 - \frac{100}{3}x = 0$$



$$x = \frac{50}{3} \pm \frac{50}{3}$$

$$x = 0 \quad x = \frac{100}{3}$$

$x \neq 0$ eftersom bredd eller höjd inte kan var 0, och för att det skulle ge den otillåtna längden 200cm

$$2 + 4 \cdot \frac{100}{3} = 200$$

$$x = 33,3$$

$$z = \frac{600}{3} - \frac{400}{3}$$

$$z = \frac{200}{3}$$

$$z = 66,7$$

$$x^2 \cdot z = V$$

$$33^2 \cdot 66,7 = V$$


$$73963 \approx V$$

$$73963 > 64000$$

Alltså ger Peters förslag en större volym

z = begränsningen l = längden
 V_p = Peters förslag x = bredd = höjd
 V_m = Miches förslag

$$V_p = l \cdot x^2 = (z - 4x)x^2 = z x^2 - 4x^3$$

$$V_m = \left(\frac{z}{5}\right)^3 = \frac{z^3}{125}$$


$$5x = z$$

$$x = \frac{z}{5}$$

$$l = 200 - 4x$$

$$l = z - 4x$$

$$V_p' = 2 \cdot z \cdot x - 12x^2$$

$$V_p' = 0 \Rightarrow 2zx - 12x^2 = 0$$

$$12x^2 - 2zx = 0$$

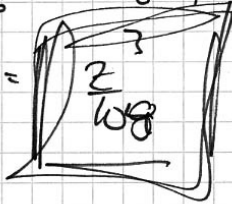
$$x^2 - \frac{zx}{6} = 0$$

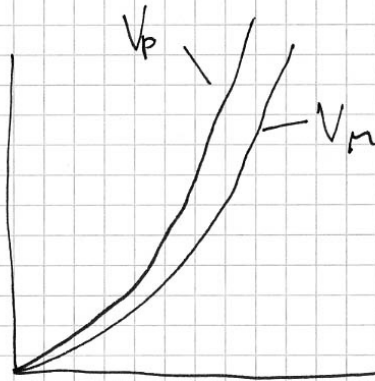
$$x\left(x - \frac{z}{6}\right) = 0$$

$$x \neq 0$$

$$x = \frac{z}{6}$$

$$V_p = \left(\frac{z}{6}\right)^2 \cdot \left(z - \frac{4z}{6}\right) = \frac{z^2}{36} \left(\frac{6z-4z}{6}\right) =$$

$$= \frac{6z^3 - 4z^3}{216} = \frac{2z^3}{216} = \frac{z^3}{108}$$




Endast den positiva
Aren av kurvan är
intressant, eftersom det
handlar om
volym

$$\frac{z^3}{108} \gg \frac{z^3}{125}$$

Detta stämmer alltid
eftersom båda samma
följare. Alltså är V_p alltid
större.

Bedömning

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande	X	1/1	
Matematiskt resonemang	X	2/2	Derivatans graf är lite felaktig.
Redovisning och matematiskt språk	X	0/1	Redovisningen är något ostrukturerad, språket är dock lämpligt och korrekt.
Summa		3/4	

Kommentarer: Eleven bevisar att rätblocket alltid kan anta en större volym än kubens. Elevlösningen uppvisar MVG-kvaliteter i alla fyra avseenden.

Mål för matematik kurs C

Kursplan 2000

Aritmetik (R)

R2. kunna tolka och använda logaritmer och potenser med reella exponenter samt kunna tillämpa dessa vid problemlösning,

R3. kunna använda matematiska modeller av olika slag, däribland även sådana som bygger på summan av en geometrisk talföljd,

Algebra och funktionslära (A)

A6. känna till hur datorer och grafiska räknare kan utnyttjas som hjälpmedel vid studier av matematiska modeller i olika tillämpade sammanhang,

A7. kunna ställa upp, förenkla och använda uttryck med polynom samt beskriva och använda egenskaper hos några polynomfunktioner och potensfunktioner,

A8. kunna ställa upp, förenkla och använda rationella uttryck samt lösa polynomekvationer av högre grad genom faktorisering,

Differentialkalkyl (D)

D1. kunna förklara, åskådliggöra och använda begreppen ändringskvot och derivata för en funktion samt använda dessa för att beskriva egenskaper hos funktionen och dess graf,

D2. kunna dra slutsatser om en funktions derivata och uppskatta derivatans värde numeriskt då funktionen är given genom sin graf,

D3. kunna använda sambandet mellan en funktions graf och dess derivata i olika tillämpade sammanhang med och utan grafitande hjälpmedel.

D4. kunna härleda deriveringsregler för några grundläggande potensfunktioner, summor av funktioner samt enkla exponentialfunktioner och i samband därmed beskriva varför och hur talet e införs,

Övrigt(Ö)

Ö1. kunna formulera, analysera och lösa matematiska problem av betydelse för tillämpningar och vald studieinriktning

Ö4. med fördjupad kunskap om sådana begrepp och metoder som ingår i tidigare kurser,

Betygskriterier 2000

Kriterier för betyget Godkänd

- G1: Eleven använder lämpliga matematiska begrepp, metoder och tillvägagångssätt för att formulera och lösa problem i ett steg.
- G2: Eleven genomför matematiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.
- G3: Eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner samt utför beräkningar på ett sådant sätt att det är möjligt att följa, förstå och pröva de tankar som kommer till uttryck.
- G4: Eleven skiljer gissningar och antaganden från givna fakta och härledningar eller bevis.

Kriterier för betyget Väl godkänd

- V1: Eleven använder lämpliga matematiska begrepp, metoder, modeller och tillvägagångssätt för att formulera och lösa olika typer av problem.
- V2: Eleven deltar i och genomför matematiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.
- V3: Eleven gör matematiska tolkningar av situationer eller händelser samt genomför och redovisar sitt arbete med logiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.
- V4: Eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner på sådant sätt att det är lätt att följa, förstå och pröva de tankar som kommer till uttryck såväl muntligt som skriftligt.
- V5: Eleven visar säkerhet beträffande beräkningar och lösning av olika typer av problem och använder sina kunskaper från olika delområden av matematiken.
- V6: Eleven ger exempel på hur matematiken utvecklats och använts genom historien och vilken betydelse den har i vår tid inom några olika områden.

Kriterier för betyget Mycket väl godkänd

- M1: Eleven formulerar och utvecklar problem, väljer generella metoder och modeller vid problemlösning samt redovisar en klar tankegång med korrekt matematiskt språk.
- M2: Eleven analyserar och tolkar resultat från olika typer av matematisk problemlösning och matematiska resonemang.
- M3: Eleven deltar i matematiska samtal och genomför såväl muntligt som skriftligt matematiska bevis.
- M4: Eleven värderar och jämför olika metoder, drar slutsatser från olika typer av matematiska problem och lösningar samt bedömer slutsatsernas rimlighet och giltighet.
- M5: Eleven redogör för något av det inflytande matematiken har och har haft för utvecklingen av vårt arbets- och samhällsliv samt för vår kultur.

Kopieringsunderlag för aspektbedömning

Kvalitativa nivåer			Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande	_____→			
Matematiskt resonemang	_____→			
Redovisning och matematiskt språk	_____→			
Summa				

Kvalitativa nivåer			Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande	_____→			
Matematiskt resonemang	_____→			
Redovisning och matematiskt språk	_____→			
Summa				

Kvalitativa nivåer			Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande	_____→			
Matematiskt resonemang	_____→			
Redovisning och matematiskt språk	_____→			
Summa				

Kvalitativa nivåer			Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande	_____→			
Matematiskt resonemang	_____→			
Redovisning och matematiskt språk	_____→			
Summa				

Kvalitativa nivåer			Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande	_____→			
Matematiskt resonemang	_____→			
Redovisning och matematiskt språk	_____→			
Summa				

Kopieringsunderlag för bedömning av MVG-kvaliteter

Elevens namn:	Uppgift (α-märkt)						Övriga uppgifter
	8	10	15d	16c	17a	18	
MVG-kvalitet							
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning							
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet							
Genomför bevis och/eller analyserar matematiska resonemang							
Värderar och jämför metoder/modeller							
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk							

Elevens namn:	Uppgift (α-märkt)						Övriga uppgifter
	8	10	15d	16c	17a	18	
MVG-kvalitet							
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning							
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet							
Genomför bevis och/eller analyserar matematiska resonemang							
Värderar och jämför metoder/modeller							
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk							

Elevens namn:	Uppgift (α-märkt)						Övriga uppgifter
	8	10	15d	16c	17a	18	
MVG-kvalitet							
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning							
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet							
Genomför bevis och/eller analyserar matematiska resonemang							
Värderar och jämför metoder/modeller							
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk							