NATIONELLT KURSPROV I MATEMATIK KURS B VÅREN 2005

Anvisningar

Provtid	240 minuter för Del I och Del II tillsammans. Vi rekommenderar att du använder högst 60 minuter för arbetet med Del I.
Hjälpmedel	**Del I:** ”Formler till nationellt prov i matematik kurs B”. *Observera att miniräknare ej är tillåten på denna del.* **Del II:** Miniräknare och ”Formler till nationellt prov i matematik kurs B”.
Provmaterialet	Provmaterialet inlämnas tillsammans med dina lösningar. Skriv ditt namn och komvux/gymnasieprogram på de papper du lämnar in. *Lösningar till Del I ska lämnas in innan du får tillgång till miniräknaren. Redovisa därför ditt arbete på Del I på separat papper. Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.*
Provet	Provet består av totalt 17 uppgifter. **Del I** består av 8 uppgifter och **Del II** av 9 uppgifter. Till några uppgifter (där det står *Endast svar fordras)* behöver bara ett kort svar anges. Till övriga uppgifter räcker det inte med bara ett kort svar utan det krävs att du skriver ned vad du gör, att du förklarar dina tankegångar, att du ritar figurer vid behov och att du vid numerisk/grafisk problemlösning visar hur du använder ditt hjälpmedel. Uppgift 17 är en större uppgift, som kan ta upp till en timme att lösa fullständigt. Det är viktigt att du försöker lösa denna uppgift. I uppgiften finns en beskrivning av vad läraren ska ta hänsyn till vid bedömningen av ditt arbete. Försök att lösa alla uppgifterna. Det kan vara relativt lätt att även i slutet av provet få någon poäng för en påbörjad lösning eller redovisning. Även en påbörjad icke slutförd redovisning kan ge underlag för positiv bedömning.
Poäng och betygsgränser	Provet ger maximalt 47 poäng. Efter varje uppgift anges maximala antalet poäng som du kan få för din lösning. Om en uppgift kan ge 2 g-poäng och 1 vg-poäng skrivs detta (2/1). Några uppgifter är markerade med ¤, vilket innebär att de mer än andra uppgifter erbjuder möjligheter att visa kunskaper som kan kopplas till MVG-kriterierna. Undre gräns för provbetyget Godkänd: 14 poäng Väl godkänd: 27 poäng varav minst 6 vg-poäng. Mycket väl godkänd: Utöver kraven för Väl godkänd ska du ha visat prov på flertalet av de MVG-kvaliteter som de ¤-märkta uppgifterna ger möjlighet att visa. Du ska dessutom ha minst 12 vg-poäng.

Namn: ______________________________ Skola: ______________________________

Komvux/gymnasieprogram: ______________________________

Del I

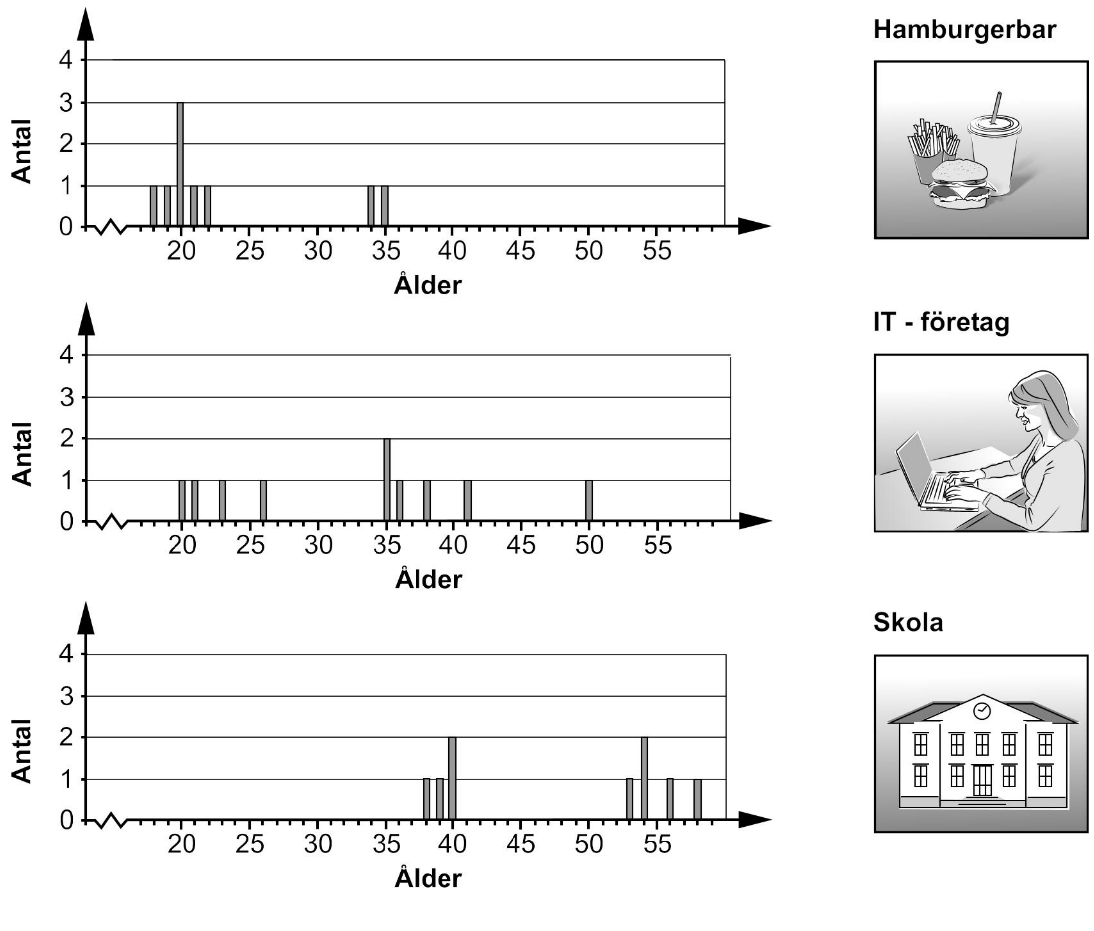
Denna del består av 8 uppgifter och är avsedd att genomföras utan miniräknare. Dina svar på denna del ges på separat papper som ska lämnas in innan du får tillgång till din miniräknare.
Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.

1. Lös ekvationerna

a) $x^2 + 2x - 8 = 0$ (2/0)

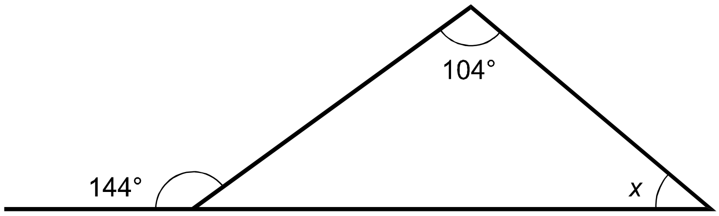
b) $40x + 10x^2 = 0$ (2/0)

2. Diagrammen nedan visar åldersfördelningen på tre olika arbetsplatser.



Vilken arbetsplats har den största variationsbredden och hur stor är denna?
Endast svar fordras (1/0)

3.



a) Bestäm vinkeln x (1/0)

b) Vilket eller vilka av följande geometriska samband använde du då du bestämde vinkeln x? *Endast svar fordras* (1/0)

A Pythagoras sats

B Vinkelsumman i en triangel är 180°

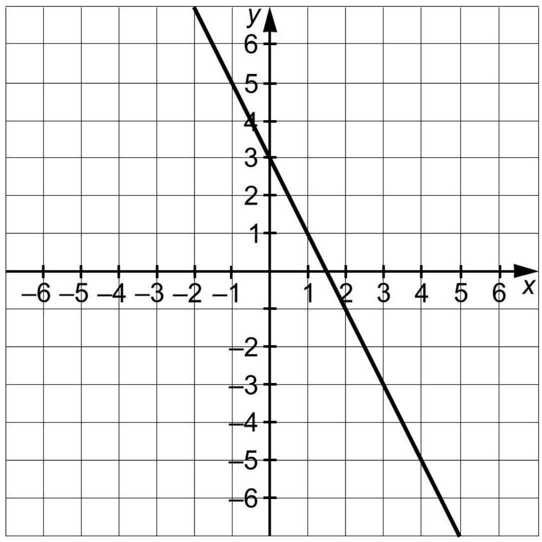
C Summan av sidovinklar är 180°

D Yttervinkelsatsen

E Topptriangelsatsen

F Randvinkelsatsen

4.



a) Bestäm ekvationen för linjen som är inritad i koordinatsystemet. *Endast svar fordras* (1/0)

b) Avgör om punkten (–4, 11) ligger på linjen. (1/0)

c) Rita ett koordinatsystem och rita in en linje som har riktningskoefficienten $k = \frac{3}{4}$ *Endast svar fordras* (1/0)

5. Lös ekvationssystemet $\begin{cases} 2y + 2x = 16 \\ y - 2 = 2x \end{cases}$ (2/0)

6. a) Lös olikheten $3x+13<7$ (1/0)

b) Vilket eller vilka av följande x-värden uppfyller olikheten $3x+13<7$?

Endast svar fordras (1/0)

A -7

B -6

C -2

D 2

E 6

F 7

7. Du är med i ett lekprogram på TV och kan vinna 1000 kronor på ett tärningsspel.

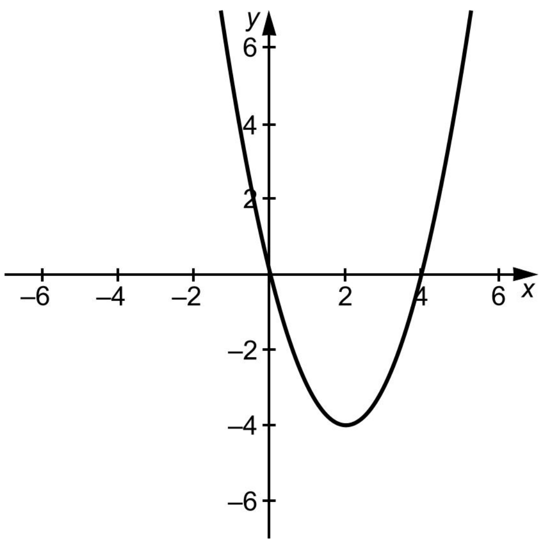
Spelet går till så här, programledaren kastar två tärningar som du inte ser. Du ska sedan gissa hur många prickar som tärningarna visar tillsammans.

Om du gissar rätt vinner du 1000 kronor.

Hur många prickar ska du gissa på för att ha så stor sannolikhet som möjligt att vinna? Motivera varför. (0/2)

8. Ge ekvationen för en rät linje som *aldrig* skär grafen till funktionen $y=x^2-4x$

Endast svar fordras (0/1)



Del II

Denna del består av 9 uppgifter och är avsedd att genomföras med miniräknare. Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.

9. Förenkla följande uttryck så långt som möjligt

a) $(x-4)^2-16$ *Endast svar fordras* (1/0)

b) $x(2x+5)-2(3+x)$ *Endast svar fordras* (1/0)

10. Det svenska damlandslaget i fotboll gjorde succé i oktober 2003 genom att ta silver i VM. Av truppens 20 spelare kom 6 från Umeå IK, lika många från Malmö FF och övriga från fyra andra klubbar.

Vid ett tillfälle under VM skulle två spelare slumpmässigt plockas ut till ett dopingtest.

a) Hur stor var sannolikheten att den första spelaren som skulle dopingtestas kom från Umeå IK? *Endast svar fordras* (1/0)

b) Hur stor var sannolikheten att båda spelarna som skulle dopingtestas kom från Umeå IK? (1/1)

11. Patrik ska handla lösviktsgodis till sin mamma Ellen. Hon säger till Patrik att hon vill ha 5 hg godis och skickar med honom 30 kronor att handla för.

I godisaffären finns två olika priser på lösviktsgodis. Det dyrare godiset kostar 7,90 kr/hg och det billigare 4,90 kr/hg.

Patrik frågar sig: Är det möjligt att handla precis 5 hg godis för 30 kronor?

Efter en stunds funderande kommer han på ett sätt att räkna ut det och ställer upp ekvationssystemet:

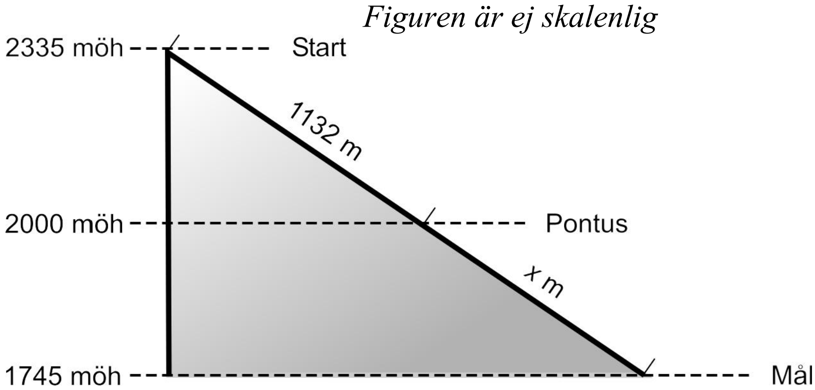
$$\begin{cases} x+y=5 \\ 4{,}90x+7{,}90y=30 \end{cases}$$

a) Förklara vad x och y betyder i ekvationssystemet. *Endast svar fordras* (1/0)

b) Välj en av ekvationerna i ekvationssystemet och förklara vad ekvationen beskriver. *Endast svar fordras* (1/0)

c) Lös ekvationssystemet och besvara sedan Patriks fråga ovan. (2/0)

12. I alpina VM 2005 vann Anja Pärson tävlingen i Super-G i en bana som förenklat kan beskrivas av figuren nedan. Banan startar på höjden 2335 meter över havet (möh) och har en fallhöjd på 590 meter.

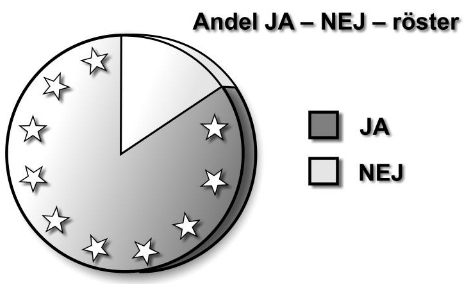


Pontus står vid en liftstation en bit upp i banan och tittar på tävlingen. Hans höjdmätare visar att han är på 2000 meters höjd över havet. På en skylt vid liftstationen står det att liften går 1132 meter upp till startområdet, se figuren.

Hur långt har tävlingsåkarna kvar att åka ner till målet när de passerar Pontus? (0/2)

13. I april 2003 röstade medborgarna i Ungern om medlemskap i EU. Vid sammanräkningen av rösterna visade det sig att 84 % röstade *Ja* till medlemskap i EU samt att 45 % av de röstberättigade deltog i valet.

Undersök mellan vilka procenttal andelen *Ja*-röster skulle kunna ligga om samtliga röstberättigade hade deltagit i valet. (0/2)

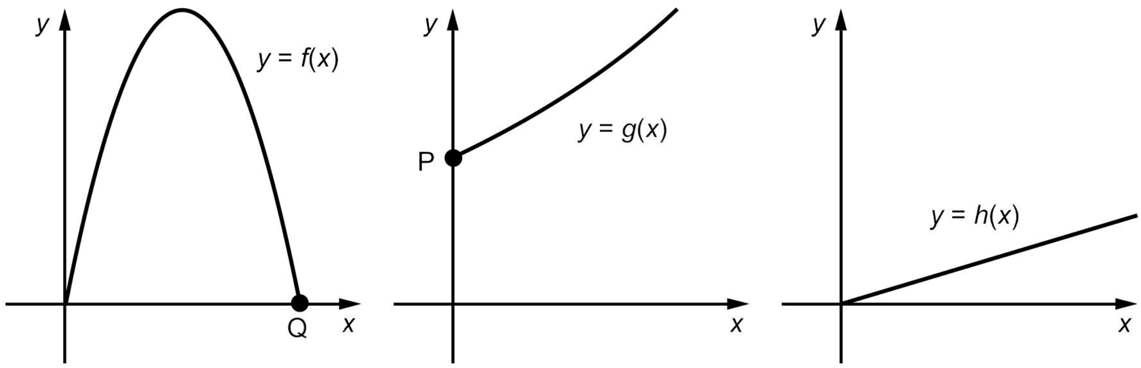


14. Var och en av situationerna I, II och III nedan passar in på var sin graf i figuren.

I För många varor gäller att momsen motsvarar 20 % av varans pris.
Momsens storlek är en funktion av varans pris.

II Du ska bygga en rektangulär hundgård med 40 m stängsel.
Hundgårdens area är en funktion av hundgårdens längd.

III Från början finns det 50 bakterier i en odling. Varje timme ökar antalet bakterier med 20 %.
Antalet bakterier är en funktion av tiden.



a) Kombinera ihop situationerna I, II och III med funktionerna *f*, *g* och *h*.
Endast svar fordras (2/0)

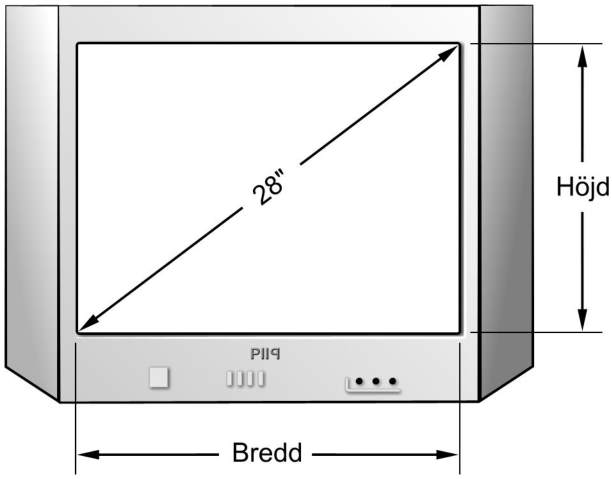
b) Vilket *y*-värde ska stå vid punkten P? *Endast svar fordras* (1/0)

c) Vilket *x*-värde ska stå vid punkten Q? *Endast svar fordras* (0/1)

d) Ställ upp *y* som en funktion av *x* för situation II. (0/1/¤)

15. De två vanligaste bildformaten för en tv-apparat är *standardformat* och *bredbildsformat* (*wide-screen*). För att beskriva storleken på en tv-apparat används längden av bildskärmens diagonal mätt i tum, se figur. En tum är ungefär 2,54 centimeter.

Exempel: Ett vanligt format på en tv är 28” (28 tum).



En tv i *standardformat* har en bildskärm där bredden är $\frac{4}{3}$ av höjden.

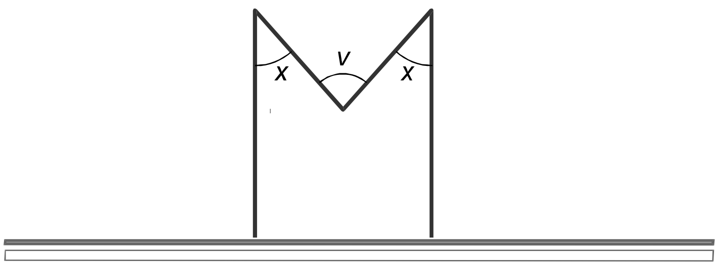
En tv i *bredbildsformat* har en bildskärm där bredden är $\frac{16}{9}$ av höjden.

Utgå från två tv-apparater som båda har samma storlek, dvs. bildskärmens diagonal är lika stor för båda apparaterna, men där den ena är i standardformat och den andra i bredbildsformat.

Bestäm vilket format som ger den största bildskärmsarean. (0/3/¤)

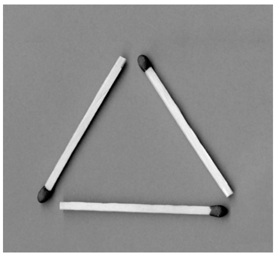
16. Figuren visar bokstaven M stående på ett horisontellt underlag.
De två lika långa ”stödbenen” är lodräta.

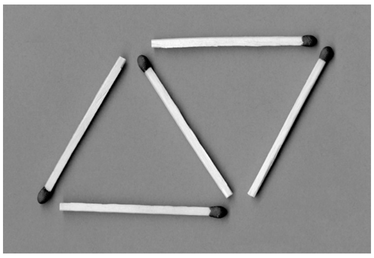
Visa att $v = 2x$ (0/2/¤)

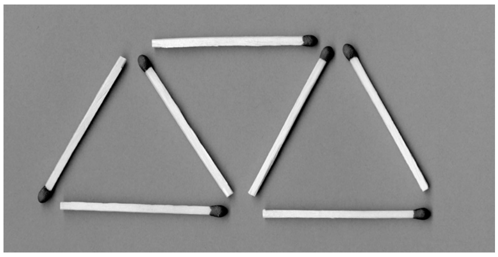


Vid bedömningen av ditt arbete med följande uppgift kommer läraren att ta hänsyn till:
- Hur väl du genomför dina beräkningar
- Hur väl du redovisar och kommenterar ditt arbete
- Hur väl du motiverar dina slutsatser
- Vilka matematiska kunskaper du visar
- Hur väl du använder det matematiska språket
- Hur generell din lösning är

17. Den här uppgiften handlar om att bilda figurer med tändstickor. Det gäller att koppla ihop några enkla regelbundna månghörningar efter varandra till en rad. Exemplen nedan visar hur det går till för regelbundna trehörningar och fyrhörningar.


Av 3 tändstickor kan man bilda 1 triangel.


Av 5 tändstickor kan man bilda 2 trianglar.


Av 7 tändstickor kan man bilda 3 trianglar lagda på rad.

Det går att hitta ett samband mellan antal tändstickor och antalet ihopkopplade trianglar om dessa kopplas ihop till en rad på det sätt som visas i bilderna.

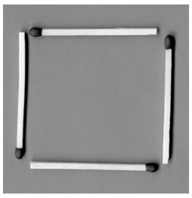
I tabellen nedan är x antalet tändstickor och y antalet ihopkopplade trianglar.

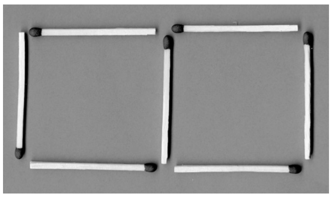
x	y
3	1
5	2
7	3
..	..

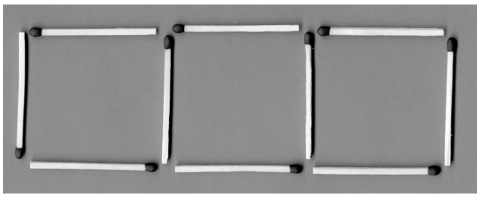
- Rita in punkterna i ett koordinatsystem. Punkterna ligger på en rät linje. Bestäm linjens ekvation på formen $y = kx + m$.

- Hur många trianglar kan bildas av 20 tändstickor om du kopplar ihop trianglarna som i bilderna ovan? Kommentera ditt svar och dra en slutsats om antalet tändstickor som krävs för att bilda en rad av trianglar på detta sätt.

- Vad händer om du istället lägger en rad av fyrhörningar på samma sätt som i bilderna nedan? Ange och beskriv ett samband mellan antalet tändstickor och antalet ihopkopplade fyrhörningar.


En fyrhörning.


Två fyrhörningar.


Tre fyrhörningar lagda på rad.

- En månghörning kallas ibland för *n*-hörning, där *n* är ett positivt heltal som anger antalet hörn. Tänk dig nu att du lägger en rad av en viss sorts *n*-hörningar som kopplas ihop på samma sätt som tidigare.

  Försök finna sambandet mellan antalet tändstickor och antalet ihopkopplade *n*-hörningar. Beskriv detta samband med ord och en formel. Motivera att ditt samband gäller för alla *n*-hörningar. (3/4/¤)

Innehåll

Sid nr

Mål att sträva mot i Kursplan för matematik 2000

Skolan skall i sin undervisning i matematik sträva efter att eleverna

1. utvecklar sin tilltro till den egna förmågan att lära sig mera matematik, att tänka matematiskt och att använda matematik i olika situationer,

2. utvecklar sin förmåga att tolka, förklara och använda matematikens språk, symboler, metoder, begrepp och uttrycksformer,

3. utvecklar sin förmåga att tolka en problemsituation och att formulera den med matematiska begrepp och symboler samt välja metod och hjälpmedel för att lösa problemet,

4. utvecklar sin förmåga att följa och föra matematiska resonemang samt redovisa sina tankegångar muntligt och skriftligt,

5. utvecklar sin förmåga att med hjälp av matematik lösa problem på egen hand och i grupp bl.a. av betydelse för vald studieinriktning samt att tolka och värdera lösningarna i förhållande till det ursprungliga problemet,

6. utvecklar sin förmåga att reflektera över sina erfarenheter av begrepp och metoder i matematiken och sina egna matematiska aktiviteter,

7. utvecklar sin förmåga att i projekt och gruppdiskussioner arbeta med sin begreppsbildning samt formulera och motivera olika metoder för problemlösning,

8. utvecklar sin förmåga att utforma, förfina och använda matematiska modeller samt att kritiskt bedöma modellernas förutsättningar, möjligheter och begränsningar,

9. fördjupar sin insikt om hur matematiken har skapats av människor i många olika kulturer och om hur matematiken utvecklats och fortfarande utvecklas,

10. utvecklar sina kunskaper om hur matematiken används inom informationsteknik, samt hur informationsteknik kan användas vid problemlösning för att åskådliggöra matematiska samband och för att undersöka matematiska modeller.

Kursproven i matematik som konstruerats med utgångspunkt i kursplanemål och de tillhörande betygskriterierna speglar strävansmålen för skolans undervisning i gymnasiekurserna. Varje enskild uppgift i provet som prövar en viss kunskap eller färdighet inom kursen fungerar också som en indikator på i vad mån skolan i sin undervisning har strävat efter att ha utvecklat en elevs förmåga i flera avseenden. Alla uppgifter i detta prov kan därför sägas beröras av strävansmål 1 och 2. Strävansmål 3 kan mera direkt kopplas till uppgifterna 7, 10, 11, 12, 13, 14, 15 och 17 som avser indikera elevens kunskaper bland annat i modellering. Strävansmål 4 som handlar om resonemang och kommunikation berörs av uppgifterna 3, 7, 8, 10, 11, 12, 13, 15, 16 och 17. Strävansmål 5 berörs av uppgifterna 7, 10, 11, 12, 14, 15, 16 och 17 som kan kategoriseras som problemlösning. Strävansmål 6 berörs av uppgifterna 3, 6, 11, 16 och 17 som har inslag av reflektion kring begrepp och matematiska aktiviteter. Strävansmål 8 kan kopplas till uppgifterna 10, 11, 12, 13, 14, 15 och 17 medan inte någon uppgift i detta prov specifikt träffar målen 7, 9 och 10.

Sammanställning av hur mål och kriterier berörs av kursprovet

Tabell 1 Kategorisering av uppgifterna i B-kursprovet i Matematik vt 2005 i förhållande till betygskriterier och kursplanemål 2000 (återfinns längst bak i detta häfte)

				Kunskapsområde										Betygskriterium														
Upp-gift nr	g po-äng	vg po-äng	¤	Övr		Geo	Stat & sannoli			Algebra			Fun	Godkänd				Väl godkänd						Mycket väl godkänd				
				1	4	3	2	3	4	3	4	5	2	1	2	3	4	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5
1a	2	0								x				x														
1b	2	0								x				x														
2	1	0						x						x														
3a	1	0				x								x														
3b	1	0				x								x	x	x												
4a	1	0									x			x	x													
4b	1	0									x			x														
4c	1	0									x			x		x												
5	2	0										x		x														
6a	1	0										x		x		x												
6b	1	0										x		x		x												
7	0	2					x											x	x	x								
8	0	1									x	x						x										
9a	1	0								x				x		x												
9b	1	0								x				x		x												
10a	1	0					x							x		x												
10b	1	1					x							x		x		x	x	x								
11a	1	0										x			x													
11b	1	0										x			x													
11c	2	0										x		x	x	x												
12	0	2				x												x		x	x	x						
13	0	2							x									x		x	x	x						
14a	2	0											x	x														
14b	1	0											x	x														
14c	0	1											x					x	x	x								
14d	0	1	¤										x					x	x	x				x	x			
15	0	3	¤			x												x	x	x	x	x		x	x		x	
16	0	2	¤			x												x	x		x			x	x	x		
17	3	4	¤								x							x	x	x	x	x		x	x		x	
Σ	28	19		0/0		2/7	3/5			20/5			3/2															

Kravgränser

Detta prov kan ge maximalt 47 poäng, varav 28 g-poäng.

Undre gräns för provbetyget

Godkänd:	14 poäng.
Väl godkänd:	27 poäng varav minst 6 vg-poäng.
Mycket väl godkänd:	För provbetyget Mycket väl godkänd gäller utöver kraven för Väl godkänd att eleven ska ha visat prov på minst *tre av de fyra* MVG-kvaliteter som de ¤-märkta uppgifterna ger möjlighet att visa (se tabellen nedan). Eleven ska dessutom ha minst 12 vg-poäng.

	Uppgift			
MVG-kvalitet	14d	15	16	17
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning	○	○	○	○
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet	○	○		○
Genomför bevis och analyserar matematiska resonemang			○	○
Värderar och jämför metoder/modeller				
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk		○		○

Allmänna riktlinjer för bedömning

1. Allmänt

   Bedömning ska ske utgående från läroplanens och kursplanens mål samt betygskriterierna, och med hänsyn tagen till den tolkning av dessa dokument som gjorts lokalt.

2. Positiv bedömning

   Utgångspunkten är att eleverna ska få poäng för lösningarnas förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister. Uppgifterna ska bedömas med högst det antal poäng som anges i provhäftet.

3. g- och vg-poäng

   För att tydliggöra anknytningen till betygskriterierna för betygen Godkänd respektive Väl godkänd används separata g- och vg-poängskalor vid bedömningen. Antalet möjliga g- och vg-poäng på en uppgift anges åtskilda av ett snedstreck, t.ex. 1/0 eller 2/1.

4. Uppgifter av kortsvarstyp (*Endast svar fordras*)

   4.1 Godtagbara slutresultat av beräkningar eller resonemang ger poäng enligt bedömningsanvisningarna.

   4.2 Bedömning av brister i svarets utformning, t.ex. otillräcklig förenkling, felaktig noggrannhet, felaktigt avrundat svar, utelämnad eller felaktig enhet lämnas till lokala beslut.

5. Uppgifter av långsvarstyp

   5.1 Ett svar med t.ex. enbart resultatet av en beräkning utan motivering ger inga poäng. För full poäng krävs en redovisning som leder fram till ett godtagbart svar. Redovisningen ska vara tillräckligt utförlig och uppställd på ett sådant sätt att tankegången kan följas.

   5.2 När bedömningsanvisningarna t.ex. anger +1-2g innehåller den förväntade redovisningen flera komponenter eller tankesteg som kan anses motsvara de angivna poängen[1]. Exempel på bedömda elevarbeten ges i anvisningarna då det kan anses särskilt påkallat. Kraven för delpoängen bestäms i övrigt lokalt.

   5.3 I bedömningsanvisningarna till flerpoängsuppgifter är de olika poängen ibland oberoende av varandra, men oftast förutsätter t.ex. poäng för ett korrekt svar att också poäng utdelats för en godtagbar metod.[2]

   5.4 Frågan om hur vissa typfel ska påverka bedömningen lämnas till lokala beslut. Det kan t.ex. gälla missuppfattning av uppgift, följdfel[3], formella fel och enklare räknefel.

6. Aspektbedömning

   Vissa mer omfattande uppgifter ska bedömas utifrån de tre aspekterna ”Metodval och genomförande”, ”Matematiskt resonemang” samt ”Redovisning och matematiskt språk” som var för sig ger g- och vg-poäng enligt bedömningsanvisningarna.

7. Krav för olika provbetyg

   7.1 Den på hela provet utdelade poängen summeras dels till en totalsumma och dels till en summa vg-poäng.

   7.2 Kravet för provbetyget Godkänd uttrycks som en minimigräns för totalsumman.

   7.3 Kravet för provbetyget Väl godkänd uttrycks som en minimigräns för totalsumman med tillägget att ett visst minimivärde för summan vg-poäng måste uppnås.

   7.4 Som krav för att en elevs prov skall betraktas som en indikation på betyget Mycket väl godkänd anges minimigränser för totalsumman och summan vg-poäng. Dessutom anges kvalitativa minimikrav för redovisningarna på vissa speciellt märkta (¤) uppgifter.

---

[1] Sådana anvisningar tillämpas bland annat till uppgifter som har en sådan mångfald av lösningsmetoder att en precisering av anvisningen riskerar att utesluta godtagbara lösningar.

[2] Ett exempel på en bedömningsanvisning där senare poäng är beroende av tidigare är:

Godtagbar metod, t.ex. korrekt tecknad ekvation	+ 1g
med korrekt svar	+ 1g

[3] Fel i deluppgift bör inte påverka bedömningen av de följande deluppgifterna. Om uppgiftens komplexitet inte minskas avsevärt genom tidigare fel så kan det lokalt beslutas att tilldela full poäng på en uppgiftslösning trots förekomst av följdfel.

Bedömningsanvisningar (MaB vt 2005)

Exempel på ett godtagbart svar anges inom parentes. Bedömningen ”godtagbar” ska tolkas utifrån den undervisning som föregått provet. Till en del uppgifter är bedömda elevlösningar bifogade för att ange nivån på bedömningen.

Uppg.		Bedömningsanvisningar	Poäng
Del I			
1.			**Max 4/0**
	a)	Redovisad godtagbar bestämning av en rot	+1 g
		Redovisad godtagbar bestämning av ytterligare en rot ($x_1 = -4, x_2 = 2$)	+1 g
	b)	Redovisad godtagbar bestämning av en rot	+1 g
		Redovisad godtagbar bestämning av ytterligare en rot ($x_1 = -4, x_2 = 0$)	+1 g
2.			**Max 1/0**
		Korrekt svar (IT-företaget, 30)	+1 g
3.			**Max 2/0**
	a)	Redovisad godtagbar lösning (40°)	+1 g
	b)	Korrekt svar utifrån lösningen i a) (t.ex. B och C)	+1 g
4.			**Max 3/0**
	a)	Korrekt svar ($y = -2x + 3$)	+1 g
	b)	Redovisad godtagbar lösning (Ja)	+1 g
	c)	Godtagbart ritad linje, t.ex. en linje genom punkterna (0, 0) och (4, 3)	+1 g
5.			**Max 2/0**
		Redovisad godtagbar metod	+1 g
		med korrekt svar ($x = 2, \quad y = 6$)	+1 g

Uppg.	Bedömningsanvisningar	Poäng
6.		**Max 2/0**
	Redovisad godtagbar lösning ($x < -2$)	+1 g
	Korrekt svar (alternativ A: −7 och alternativ B: −6)	+1 g
7.		**Max 0/2**
	Redovisad godtagbar ansats, t.ex. diagram som visar de möjliga utfallen	+1 vg
	med i övrigt redovisad godtagbar lösning (7)	+1 vg
8.		**Max 0/1**
	Korrekt svar (t.ex. $y = -6$)	+1 vg

Del II

9.		**Max 2/0**
a)	Korrekt svar ($x^2 - 8x$)	+1 g
b)	Korrekt svar ($2x^2 + 3x - 6$)	+1 g
10.		**Max 2/1**
a)	Korrekt svar (30 %)	+1 g
b)	Godtagbar metod, t.ex. multiplicerat sannolikheter, även om eleven multiplicerat $\frac{6}{20} \cdot \frac{6}{20}$ i stället för $\frac{6}{20} \cdot \frac{5}{19}$	+1 g
	med korrekt svar utifrån korrekt metod (8 %)	+1 vg
11.		**Max 4/0**
a)	Godtagbart svar ("*x* står för det billiga godiset och *y* för det dyra godiset")	+1 g
b)	Godtagbart svar ("Den första ekvationen visar hur mycket godis Patrik ska köpa av varje sort")	+1 g
c)	Redovisad godtagbar lösning ("Han ska köpa 3,2 hg av det billiga godiset och 1,8 hg av det dyrare godiset")	+1-2 g

Uppg.		Bedömningsanvisningar	Poäng
12.			**Max 0/2**
		Redovisad godtagbar ansats, t.ex. korrekt uppställd ekvation	+1 vg
		med i övrigt redovisad godtagbar lösning (860 meter)	+1 vg
13.			**Max 0/2**
		Visat insikt i att alla i bortfallsgruppen kan rösta antingen *Ja* eller *Nej*	+1 vg
		Godtagbar beräkning av gränserna (38 % och 93 %)	+1 vg
14.			**Max 3/2/¤**
	a)	Minst en korrekt kombination	+1 g
		Alla kombinationerna korrekta (I – *h*, II – *f*, III – *g*)	+1 g
	b)	Korrekt svar (50)	+1 g
	c)	Korrekt svar (20)	+1 vg
	d)	Redovisad godtagbar lösning ($y = x(20 - x)$)	+1 vg

MVG-kvalitet	visar eleven i denna uppgift genom att:
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning	formulera problemet, det vill säga ställa upp en korrekt funktion som modell för hundgårdens area.*
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet	analysera och tolka situationen med tillhörande graf, t.ex. genom att ange en korrekt definitionsmängd för funktionen.
Genomför bevis och analyserar matematiska resonemang	
Värderar och jämför metoder/modeller	
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk	

* Eftersom denna uppgift kräver MVG-kvalitet för sin lösning så kommer godtagbara elevlösningar att ge vg-poäng och visa på MVG-kvaliteter på samma gång.

Uppg.	Bedömningsanvisningar	Poäng
15.		**Max 0/3/¤**
	Redovisad godtagbar ansats, t.ex. korrekt uppställd ekvation för beräkning av höjd eller bredd för en av tv-apparaterna	+1 vg
	med i övrigt redovisad godtagbar lösning (Tv:n i standardformat har störst bildskärmsyta)	+1-2 vg

MVG-kvalitet	visar eleven i denna uppgift genom att:
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning	formulera och utveckla problemet, t.ex. genom att föra in lämpliga variabler och ställa upp relevanta matematiska samband för att lösa problemet.*
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet	korrekt analysera och tolka sina resultat och dra slutsatsen att standardformat ger största bildskärmsytan.
Genomför bevis och analyserar matematiska resonemang	
Värderar och jämför metoder/modeller	
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk	redovisa välstrukturerat med ett lämpligt och i huvudsak korrekt matematiskt språk.

* Eftersom denna uppgift kräver MVG-kvalitet för sin lösning så kommer godtagbara elevlösningar att ge vg-poäng och visa på MVG-kvaliteter på samma gång.

Exempel på elevlösningar och hur de poängsätts ges nedan. Andra lösningsförslag ska bedömas på likvärdigt sätt.

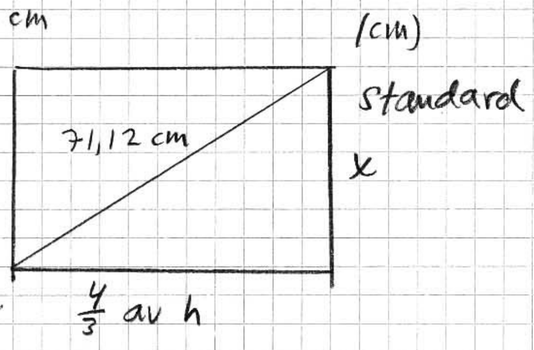
Elevlösning 1 (3 vg och två av MVG-kvaliteterna)

$28\text{tum} \cdot 2{,}54\text{cm} = 71{,}12\text{ cm}$

höjd $\approx 42{,}67$

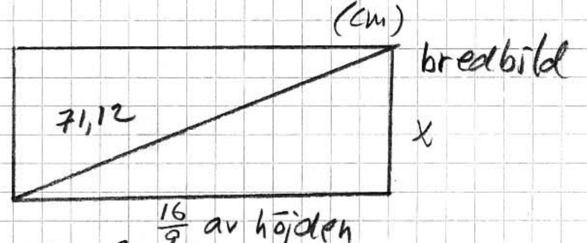
längd $\approx 42{,}67 \cdot 1{,}333 \approx 56{,}90$

$A = 42{,}67 \cdot 56{,}90 = 2427{,}92\text{ cm}^2$



höjd $\approx 34{,}88$

längd $\approx 34{,}88 \cdot 1{,}777 \approx 61{,}98$



$A = 34{,}88 \cdot 61{,}98 = 2161{,}86\text{ cm}^2$

Pythagoras sats → Bredbild

standard

$(1{,}333x)^2 + x^2 = 71{,}12^2$

$1{,}7776x^2 + x^2 = 5058{,}0544$

$\frac{2{,}7776x^2}{2{,}7776} = \frac{5058{,}0544}{2{,}7776}$

$x^2 = (\pm)\sqrt{1821{,}016}$

$x \approx 42{,}67$

Bredbild

$(1{,}777x)^2 + x^2 = 71{,}12^2$

$3{,}157x^2 + x^2 = 5058{,}0544$

$\frac{4{,}157x^2}{4{,}157} = \frac{5058{,}0544}{4{,}157}$

$x^2 \approx (\pm)\sqrt{1216{,}75}$

$x = 34{,}88$

Standardformatet ger den största bildskärmsytan

Kommentar: Eleven visar på MVG-kvaliteter genom att formulera och utveckla problemet på ett godtagbart sätt och genom redovisningen. Eleven ställer upp korrekta samband men använder samma variabel för båda fallen, redovisningen är dock så pass tydlig och välstrukturerad att inga missförstånd uppstår. Eleven visar inte tillräckligt mycket av analys och tolkning för att den kvaliteten ska kunna bedömas. Elevens slutsats gäller enbart det specifikt utredda fallet.

Uppg. Bedömningsanvisningar Poäng

16. **Max 0/2/¤**

Redovisad godtagbar ansats, t.ex. använt något samband mellan vinklarna +1 vg

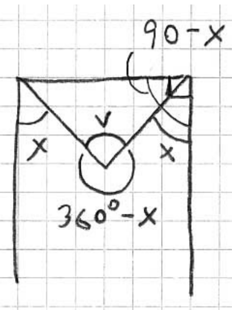
i övrigt redovisad godtagbar härledning som är möjlig att följa +1 vg

MVG-kvalitet	visar eleven i denna uppgift genom att:
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning	använda en generell metod, t.ex. genom att visa sambandet mellan *v* och *x* med hjälp av relevanta och generella geometriska samband.*
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet	
Genomför bevis och analyserar matematiska resonemang	genomföra ett bevis.
Värderar och jämför metoder/modeller	
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk	

* Eftersom denna uppgift kräver MVG-kvalitet för sin lösning så kommer godtagbara elevlösningar att ge vg-poäng och visa på MVG-kvaliteter på samma gång.

Exempel på elevlösningar och hur de poängsätts ges nedan. Andra lösningsförslag ska bedömas på likvärdigt sätt.

Elevlösning 1 (2 vg och en av MVG-kvaliteterna)



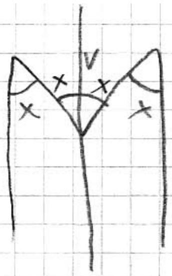
$2(90° - x) + v = 180°$ vinkelsumman

$180° - 2x + v = 180°$

$v = 2x$

Kommentar: Eleven visar på MVG-kvalitet genom att på ett godtagbart sätt visa sambandet mellan *v* och *x* med generell metod men redovisningen och motiveringarna är inte tillräckligt fullständiga för att elevens lösning skall kunna kallas bevis.

Elevlösning 2 (2 vg och två av MVG-kvaliteterna)



Dra en linje genom vinkeln v som är parallell med stödbenen. Då får vi två alternatvinklar som båda är x.
Alltså: $v = 2x$

Kommentar: Eleven har genomfört ett godtagbart bevis eftersom alla steg i elevens härledning är godtagbart motiverade.

Uppg. Bedömningsanvisningar **Poäng**

17. **Max 3/4/¤**

Uppgiften ska bedömas med s.k. aspektbedömning. Bedömningsanvisningarna innehåller två delar:

- Först beskrivs i en tabell olika kvalitativa nivåer för tre olika aspekter på kunskap som läraren ska ta hänsyn till vid bedömningen av elevens arbete.
- Därefter ges exempel på bedömda elevlösningar med kommentarer och poängsättning.

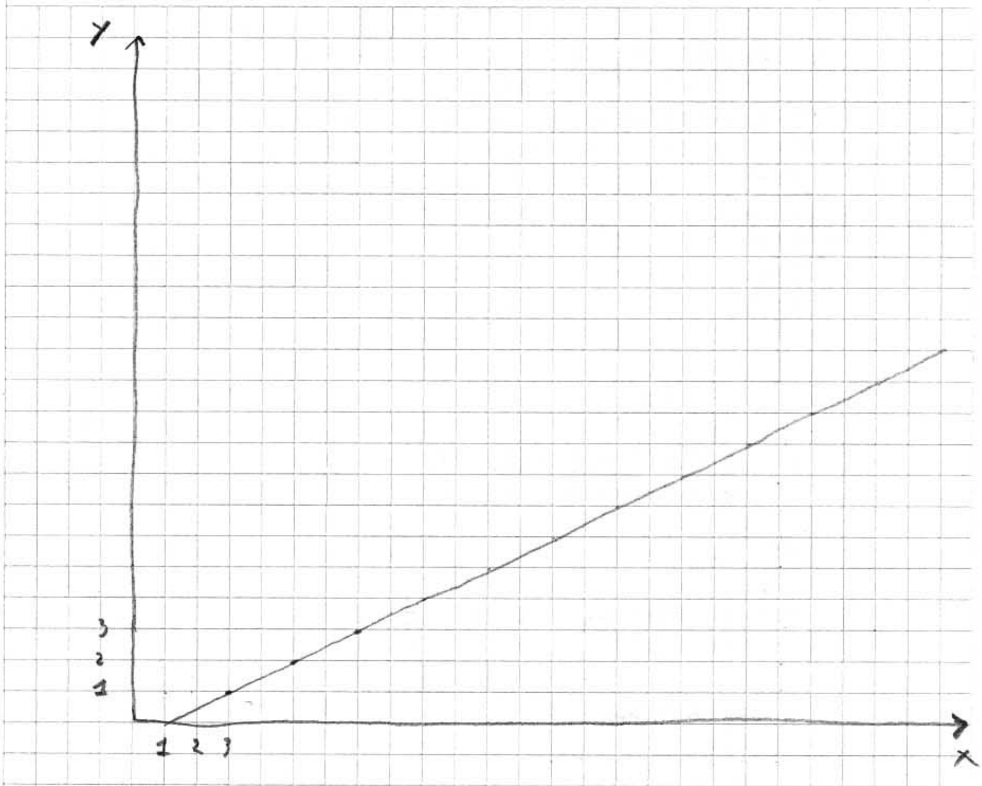
Bedömningen avser	**Kvalitativa nivåer** **Lägre**	→	**Högre**	**Total-poäng**
Metodval och genomförande *I vilken grad eleven kan tolka en problemsituation och lösa olika typer av problem.* *Hur fullständigt och hur väl eleven använder metoder och tillvägagångssätt som är lämpliga för att lösa problemet.*	Bestämt ekvationen för antal trianglar och antal tändstickor ($y = 0{,}5x - 0{,}5$) Bestämt antalet trianglar som kan bildas av 20 stickor (9). **1-2 g**	Beskriver korrekt sambandet för trianglar och kvadrater. **2 g och 1 vg**	Ansats till generell metod för beräkning av antalet stickor för n-hörningar eller en systematisk undersökning där eleven kan se det generella mönstret **2 g och 2 vg**	**2/2**
Matematiska resonemang *Förekomst och kvalitet hos värdering, analys, reflektion, bevis och andra former av matematiska resonemang.*	Någon godtagbar tolkning eller reflektion, t.ex. ”Udda antal stickor ger helt antal trianglar” eller ”Det krävs två stickor för att göra ytterligare en triangel” **1 g**	Motiverat sin ekvation för månghörningar, t.ex. genom prövning på ytterligare en månghörning. **1 g och 1 vg**		**1/1**
Redovisning och matematiskt språk *Hur klar, tydlig och fullständig elevens redovisning är och hur väl eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner.*		Redovisningen är lätt att följa och förstå. Det matematiska språket är acceptabelt. Redovisningen bör åtminstone omfatta de tre första punkterna i uppgiften. **1 vg**		**0/1**
Summa				**3/4**

MVG-kvaliteterna beskrivs på nästa sida

MVG-kvalitet	visar eleven i denna uppgift genom att:
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning	genomföra en generell metod som leder fram till ett samband för en n-hörning, t.ex. $y = \frac{x}{n-1} - \frac{1}{n-1}$
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet	analysera resultatet av sin undersökning och ge en godtagbar beskrivning av sambandet mellan antal stickor och antal n-hörningar, t.ex. beskriva varför det krävs $n-1$ stickor för att lägga till ytterligare en n-hörning.
Genomför bevis och analyserar matematiska resonemang	analysera matematiska resonemang, t.ex. genom att i ord beskriva vad sambandet för n-hörningarna innebär.
Värderar och jämför metoder/modeller	
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk	redovisa en klar tankegång med ett i huvudsak korrekt matematiskt språk.

Exempel på bedömda elevlösningar till uppgift 17.

Elevlösning 1 (2 g och 3 vg)



- $y = kx + m$

  $k = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{3-1}{7-3} = \frac{2}{4} = 0,5$

  $y = 0,5x + m$

  $m \Rightarrow 3 = 0,5 \cdot 7 + m$

  $m = -0,5$

  $y = 0,5x - 0,5$

- x = tändstickor vid $x = 20$

  $y = 0,5 \cdot 20 - 0,5$

  $y = 9,5$

  att antalet trianglar alltid är hällften av antal tändstickor minus en halv.

- y = fyrhörningar

x = tändstickor

y	x
1	4
2	7
3	10
4	13

$y = kx + m$

$k = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{3-1}{10-4} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

för m

$3 = \frac{1}{3} \cdot 10 + m \quad , \quad m = -\frac{1}{3}$

$y = \frac{1}{3} x + m$

- för 3 hörningar var $x \cdot \frac{1}{2} - \frac{1}{2}$

för 4 hörningar var $x \cdot \frac{1}{3} - \frac{1}{3}$

för n hörningar bör då $x \cdot \frac{1}{n-1} - \frac{1}{n-1}$

Samband för månghörningar

$y = \frac{1}{n-1} \cdot x - \frac{1}{n-1}$

där y = antal månghörningar

där x = antal tändstickor

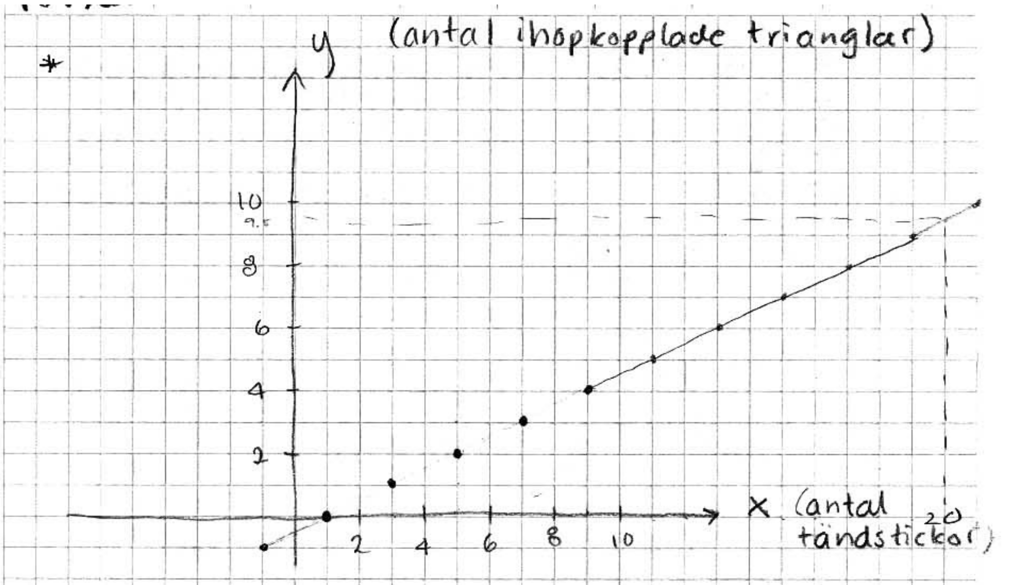
där n = kanter på månghörningar

Bedömning

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande	X	2/2	Eleven ser mönstret för *n*-hörningar
Matematiska resonemang	X	0/0	
Redovisning och matematiskt språk	X	0/1	
Summa		**2/3**	

Elevlösning 2 (3 g och 4 vg)

*



$$y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$$

*

$$y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$$

Hur många ihopkopplade trianglar blir det av 20 tändstickor

$$y = \frac{1}{2} \cdot 20 - \frac{1}{2}$$

$$y = 9{,}5$$

Svar: 9,5 ihopkopplade trianglar

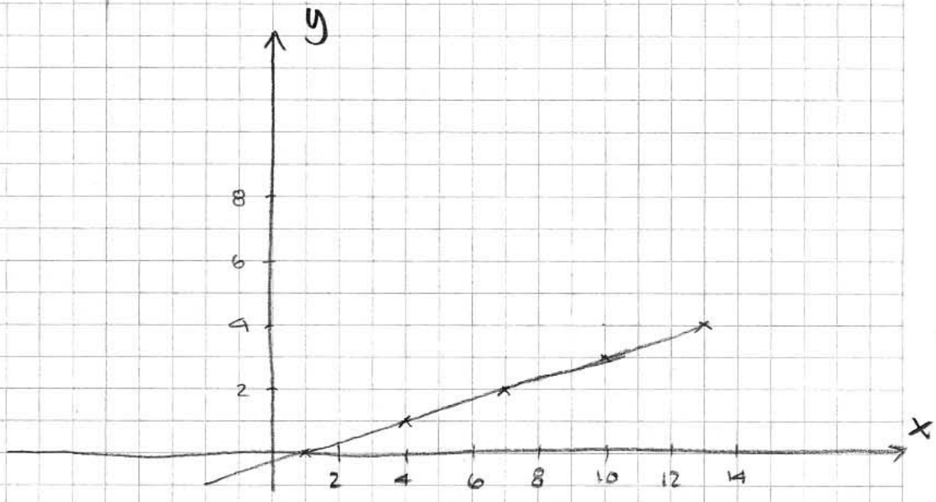
Det måste vara ett ojämt tal tändstickor för att få jämt antal trianglar eftersom att första triangeln börjar med 3 tändstickor och sedan byggs det på med två åt gången.

*

x	y
4	1
7	2
10	3
13	4

y = antal ihopkopplade fyrhörningar

x = antal tändstickor



$y = \frac{1}{3}x - \frac{1}{3}$

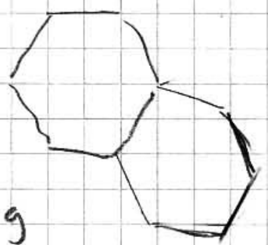
Första fyrhörningen har 4 tändstickor sedan ökar det med 3 tändstickor för varje fyrhörning.

* $y = \frac{1}{n-1-1}x - \frac{1}{n-1}$

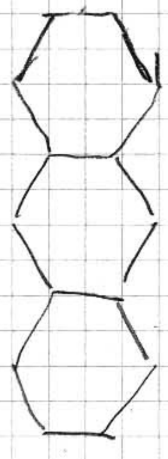
I båda de två andra uppgifterna har formeln blivit så att nämnaren blivit ett tal under antal sidor i figuren. Så därför drog jag slutsatsen att formeln för en n-hörning måste bli: $y = \frac{1}{n-1}x - \frac{1}{n-1}$

Vi kan göra ett test på 6-hörningar med min formel.

① 6-hörning



② 6-hörningar



③ 6-hörningar

x = antal tändstickor ?
(y = antal 6-hörningar)

① $y = \frac{1}{n-1} x - \frac{1}{n-1}$

$1 = \frac{1}{6-1} \cdot x - \frac{1}{6-1} = 6$ st

② $2 = \frac{1}{6-1} \cdot x - \frac{1}{6-1} = 11$ st

③ $3 = \frac{1}{6-1} \cdot x - \frac{1}{6-1} = 16$ st

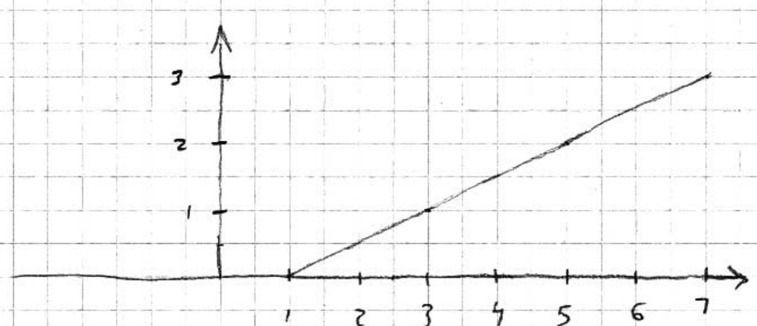
Formeln stämde enligt mina beräkningar och figurer.

Bedömning

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande	X	2/2	Eleven ser mönstret för *n*-hörningar
Matematiska resonemang	X	1/1	Eleven har motiverat sin ekvation genom prövning
Redovisning och matematiskt språk	X	0/1	
Summa		**3/4**	

Elevlösning 3 (3 g och 4 vg och fyra av MVG-kvaliteterna)

•



$k = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{3-1}{7-3} = \frac{2}{4} = 0{,}5$

$y = 0{,}5x + m$

$2 = 0{,}5 \cdot 5 + m \qquad m = 2 - 2{,}5 = -0{,}5$

$y = 0{,}5x - 0{,}5$

• $x = 20 \rightarrow y = 0{,}5 \cdot 20 - 0{,}5 = 9{,}5$

9,5 trianglar alltså 9 hela trianglar

Antal tändstickor är 1 + 2(antal trianglar)

$x = 1 + 2y \rightarrow y = \frac{x-1}{2} = 0{,}5x - 0{,}5$

• Antal tändstickor är 1 + 3(antal fyrhörningar)

x = antal tändstickor   y = antal fyrhörningar

$x = 1 + 3y \rightarrow y = \frac{x-1}{3} = \frac{1}{3}x - \frac{1}{3}$

N-hörningar har n sidor

Sambandet som gäller för n-hörningar gäller för månghörningar oberoende av antal sidor alltså för alla månghörningar

Antal tändstickor är 1 + (n − 1)(antal n-hörningar)

dvs $x = 1 + (n-1)y$

$\downarrow$

$y = \frac{x-1}{n-1}$

Bedömning

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande	X	2/2	Eleven genomför en generell metod
Matematiska resonemang	X	1/1	Eleven genomför en analys av det allmänna fallet
Redovisning och matematiskt språk	X	0/1	
Summa		**3/4**	

Kommentar: Eleven visar på alla fyra MVG-kvaliteter som är möjliga att bedöma för denna uppgift.

Mål för matematik kurs B

Kursplan 2000

Geometri (G)

G3. kunna förklara, bevisa och vid problemlösning använda några viktiga satser från klassisk geometri,

Statistik (S)

S2. kunna beräkna sannolikheter vid enkla slumpförsök och slumpförsök i flera steg samt kunna uppskatta sannolikheter genom att studera relativa frekvenser,

S3. med omdöme använda olika lägesmått för statistiska material och kunna förklara skillnaden mellan dem samt känna till och tolka några spridningsmått,

S4. kunna planera genomföra och rapportera en statistisk undersökning och i detta sammanhang kunna diskutera olika typer av fel samt värdera resultatet,

Algebra (A)

A3. kunna tolka förenkla och omforma uttryck av andra graden samt lösa andragradsekvationer och tillämpa kunskaperna vid problemlösning,

A4. kunna arbeta med räta linjens ekvation i olika former…

A5. … lösa linjära olikheter och ekvationssystem med grafiska och algebraiska metoder,

Funktionslära (F)

F2. kunna förklara vad som kännetecknar en funktion samt kunna ställa upp, tolka och använda några icke-linjära funktioner som modeller för verkliga förlopp och i samband därmed kunna arbeta både med och utan dator och grafritande hjälpmedel,

Övrigt(Ö)

Ö1. kunna formulera, analysera och lösa matematiska problem av betydelse för tillämpningar och vald studieinriktning

Ö4. med fördjupad kunskap om sådana begrepp och metoder som ingår i tidigare kurser,

Betygskriterier 2000

Kriterier för betyget Godkänd

G1: Eleven använder lämpliga matematiska begrepp, metoder och tillvägagångssätt för att formulera och lösa problem i ett steg.
G2: Eleven genomför matematiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.
G3: Eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner samt utför beräkningar på ett sådant sätt att det är möjligt att följa, förstå och pröva de tankar som kommer till uttryck.
G4: Eleven skiljer gissningar och antaganden från givna fakta och härledningar eller bevis.

Kriterier för betyget Väl godkänd

V1: Eleven använder lämpliga matematiska begrepp, metoder, modeller och tillvägagångssätt för att formulera och lösa olika typer av problem.
V2: Eleven deltar i och genomför matematiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.
V3: Eleven gör matematiska tolkningar av situationer eller händelser samt genomför och redovisar sitt arbete med logiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.
V4: Eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner på sådant sätt att det är lätt att följa, förstå och pröva de tankar som kommer till uttryck såväl muntligt som skriftligt.
V5: Eleven visar säkerhet beträffande beräkningar och lösning av olika typer av problem och använder sina kunskaper från olika delområden av matematiken.
V6: Eleven ger exempel på hur matematiken utvecklats och använts genom historien och vilken betydelse den har i vår tid inom några olika områden.

Kriterier för betyget Mycket väl godkänd

M1: Eleven formulerar och utvecklar problem, väljer generella metoder och modeller vid problemlösning samt redovisar en klar tankegång med korrekt matematiskt språk.
M2: Eleven analyserar och tolkar resultat från olika typer av matematisk problemlösning och matematiska resonemang.
M3: Eleven deltar i matematiska samtal och genomför såväl muntligt som skriftligt matematiska bevis.
M4: Eleven värderar och jämför olika metoder, drar slutsatser från olika typer av matematiska problem och lösningar samt bedömer slutsatsernas rimlighet och giltighet.
M5: Eleven redogör för något av det inflytande matematiken har och har haft för utvecklingen av vårt arbets- och samhällsliv samt för vår kultur.

Kopieringsunderlag för aspektbedömning

Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande		
Matematiska resonemang		
Redovisning och matematiskt språk		
Summa		

Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande		
Matematiska resonemang		
Redovisning och matematiskt språk		
Summa		

Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande		
Matematiska resonemang		
Redovisning och matematiskt språk		
Summa		

Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande		
Matematiska resonemang		
Redovisning och matematiskt språk		
Summa		

Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande		
Matematiska resonemang		
Redovisning och matematiskt språk		
Summa		

Kopieringsunderlag för bedömning av MVG-kvaliteter

Elevens namn:

....

MVG-kvalitet	Uppgift (¤-märkt) 14d	15	16	17	Övriga uppgifter
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning					
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet					
Genomför bevis och/eller analyserar matematiska resonemang					
Värderar och jämför metoder/modeller					
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk					

Elevens namn:

....

MVG-kvalitet	Uppgift (¤-märkt) 14d	15	16	17	Övriga uppgifter
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning					
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet					
Genomför bevis och/eller analyserar matematiska resonemang					
Värderar och jämför metoder/modeller					
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk					

Elevens namn:

....

MVG-kvalitet	Uppgift (¤-märkt) 14d	15	16	17	Övriga uppgifter
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning					
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet					
Genomför bevis och/eller analyserar matematiska resonemang					
Värderar och jämför metoder/modeller					
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk					