NATIONELLT KURSPROV I
MATEMATIK KURS B
VÅREN 2002

Anvisningar

Provtid	240 minuter för Del I och Del II tillsammans. Vi rekommenderar att du använder högst 60 minuter för arbetet med Del I.
Hjälpmedel	**Del I:** ”Formler till nationellt prov i matematik kurs B”. *Observera att miniräknare ej är tillåten på denna del.* **Del II:** Miniräknare och ”Formler till nationellt prov i matematik kurs B”.
Provmaterialet	Provmaterialet inlämnas tillsammans med dina lösningar. Skriv ditt namn och komvux/gymnasieprogram på de papper du lämnar in. *Lösningar till Del I ska lämnas in innan du får tillgång till miniräknaren. Redovisa därför ditt arbete på Del I på separat papper. Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.*
Provet	Provet består av totalt 17 uppgifter. **Del I** består av 9 uppgifter och **Del II** av 8 uppgifter. Till några uppgifter (där det står *Endast svar fordras)* behöver bara ett kort svar anges. Till övriga uppgifter räcker det inte med bara ett kort svar utan det krävs att du skriver ned vad du gör, att du förklarar dina tankegångar, att du ritar figurer vid behov och att du vid numerisk/grafisk problemlösning visar hur du använder ditt hjälpmedel. Uppgift 17 är en större uppgift, som kan ta upp till en timme att lösa fullständigt. Det är viktigt att du försöker lösa denna uppgift. I uppgiften finns en beskrivning av vad läraren ska ta hänsyn till vid bedömningen av ditt arbete. Försök att lösa alla uppgifterna. Det kan vara relativt lätt att även i slutet av provet få någon poäng för en påbörjad lösning eller redovisning. Även en påbörjad icke slutförd redovisning kan ge underlag för positiv bedömning.
Poäng och betygsgränser	Provet ger maximalt 44 poäng. Efter varje uppgift anges maximala antalet poäng som du kan få för din lösning. Om en uppgift kan ge 2 g-poäng och 1 vg-poäng skrivs detta (2/1). Några uppgifter är markerade med ¤, vilket innebär att de mer än andra uppgifter erbjuder möjligheter att visa kunskaper som kan kopplas till MVG-kriterierna. Undre gräns för provbetyget Godkänd: 12 poäng Väl godkänd: 26 poäng varav minst 6 vg-poäng. Mycket väl godkänd: Kraven för Väl godkänd ska vara väl uppfyllda. Dessutom kommer läraren att ta hänsyn till hur väl du löser ¤-uppgifterna.

Namn: ______________________________ Skola: _________________________

Komvux/gymnasieprogram: ____

Del I

Denna del består av 9 uppgifter och är avsedd att genomföras utan miniräknare. Dina lösningar på denna del görs på separat papper som ska lämnas in innan du får tillgång till din miniräknare.
Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.

1. a) Rita i ett koordinatsystem en rät linje vars riktningskoefficient är 3.
Endast svar fordras (1/0)

b) Ange ekvationen för den linje du ritat. *Endast svar fordras* (1/0)

2. a) Utveckla $(x+3)^2$ *Endast svar fordras* (1/0)

b) Förenkla uttrycket $x^2 + 25 - 2(x+4)$ så långt som möjligt.
Endast svar fordras (1/0)

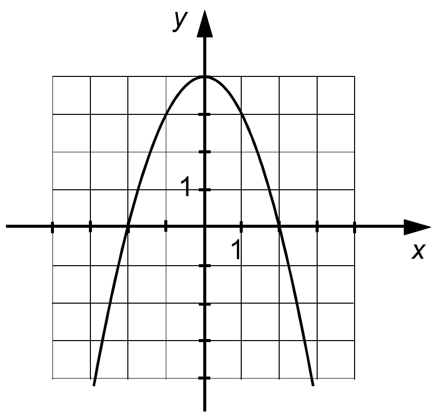
3. Lös ekvationerna

a) $x^2 + 6x - 40 = 0$ (2/0)

b) $x(x-3) = 0$ (1/0)

4. Grafen till funktionen $y = -x^2 + a$ ges i figuren.

Vilket värde har a? *Endast svar fordras* (1/0)



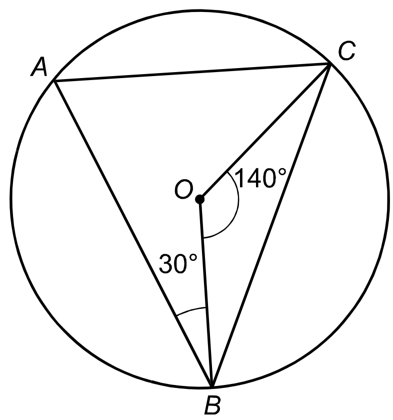
5. Punkten (2, 5) ligger på linjen $y = kx + 4$. Bestäm värdet på k. (2/0)

6. Vid en statistisk undersökning erhölls ett ganska stort bortfall.
Hur kan detta bortfall påverka tolkningen av resultatet? (1/0)

7. Punkterna A, B och C ligger på en cirkel.
O är cirkelns medelpunkt.

Bestäm vinklarna i triangeln ABC.

Mätning i figur accepteras ej



(1/1)

8. Åsa ska baka en sockerkaka och tar två ägg från en kartong med sex ägg. Vad hon inte vet är att hennes son har varit busig och bytt ut två av äggen till kokta ägg.

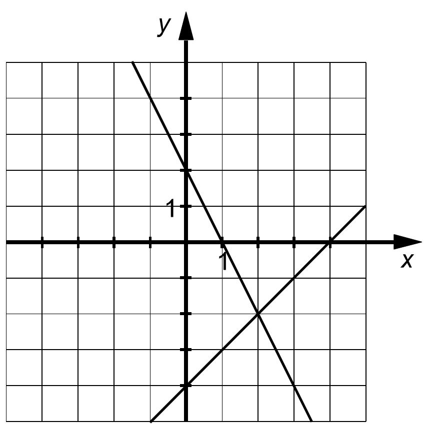
a) Vad är sannolikheten att det första ägget som Åsa tar är okokt? *Endast svar fordras* (1/0)

b) Vad är sannolikheten att de båda äggen som Åsa tar är okokta? (0/1)

9. Figuren nedan kan användas för att grafiskt lösa ett linjärt ekvationssystem.

a) Ange lösningen till ekvationssystemet. *Endast svar fordras* (1/0)

b) Vilket är ekvationssystemet? *Endast svar fordras* (0/2)



Del II

Denna del består av 8 uppgifter och är avsedd att genomföras med miniräknare. Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare

10. Johanna och Michael köper CD-skivor i London. CD-skivorna har färgmarkeringar som kod för priset. Johanna betalar 32 pund för två röda och en blå skiva. Michael betalar 36 pund för en röd och tre blå skivor. Johannas köp kan beskrivas med ekvationen $2x + y = 32$.

a) Beskriv Michaels köp med en liknande ekvation. (1/0)

b) Använd ekvationerna för att beräkna priset på en röd respektive en blå skiva. (2/0)

11. Hugo, Ludvig och Fredrik har alla löst samma olikhet, men de har fått olika svar.

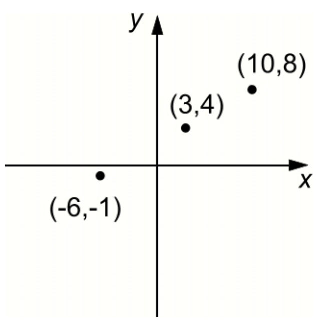
$18 - 4x > 28 + 6x$ $18 > 28 + 10x$ $-10 > 10x$ $-1 > x$ svar : $x < -1$	$18 - 4x > 28 + 6x$ $18 - 10x > 28$ $-10x > 10$ $x > -1$ svar : $x > -1$	$18 - 4x > 28 + 6x$ $18 > 28 + 10x$ $10 > 10x$ $1 > x$ svar : $x < 1$
Hugo	Ludvig	Fredrik

a) Vilken lösning är korrekt? *Endast svar fordras* (1/0)

b) Vilka fel gör de andra? (1/1)

12. I ett koordinatsystem finns de tre punkter som markerats i figuren. Wilma anser, att dessa tre punkter ligger på en rät linje. Madeleine menar, att punkterna inte alls ligger på en rät linje utan att det bara ser ut så.

Undersök vem som har rätt.



(1/1)

13. Per ger sina klasskamrater en chans att vinna pengar.

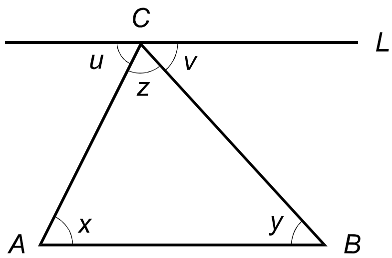
”Spela mitt spel! Satsa en krona och kasta sedan två sexsidiga tärningar. Högst tre prickar sammanlagt ger tio kronor tillbaka."

a) Vad är sannolikheten att få högst tre prickar när man kastar två tärningar? (1/0)

b) Vem tjänar på spelet, klasskamraterna eller Per?
Motivera ditt svar (0/2/¤)

14. För att visa att vinkelsumman i en triangel är 180º kan man använda figuren här bredvid.

Linjen L är parallell med triangelsidan AB. Då är t.ex. alternatvinklarna u och x lika stora.



Visa med hjälp av text och bild här ovan hur man kan komma fram till att vinkelsumman i en triangel är 180°. (1/2)

15. När Stinas lärare meddelar klassens resultat på ett prov i matematik skriver läraren på tavlan:

Maximal poäng: 40p
Medelvärde: 25p
Median: 21p
Antal elever som deltog: 29

Stina har 25 poäng på provet. Hon påstår att antalet klasskamrater som har bättre resultat på provet än hon har är lika många som antalet klasskamrater som har sämre resultat än vad hon har.

Avgör om Stinas påstående är sant eller falskt. Motivera varför. (0/2)

16. Pelle står på en klippa invid en sjö, och kastar en sten ut över sjön. Efter t sekunder är stenens höjd över vattenytan $h(t)$ meter där $h(t) = 8,5 + 9,8t - 4,9t^2$

a) När befinner sig stenen på höjden 10 meter över vattenytan? (1/1)

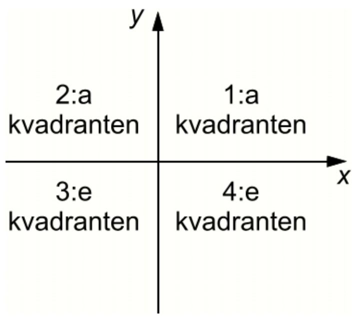
b) Bestäm stenens högsta höjd över vattenytan. (0/1)

Vid bedömning av ditt arbete med uppgift nummer 17 kommer läraren att ta hänsyn till:

- Hur väl du beräknar och jämför trianglarnas areor
- Hur väl du motiverar dina slutsatser
- Hur väl du beskriver hur arean beror av k
- Hur väl du redovisar ditt arbete
- Hur väl du använder det matematiska språket

17.

Linjerna $y = kx + 13$ och $y = x + 1$ skär varandra i en punkt som ligger i 1:a kvadranten om k väljs på lämpligt sätt. Då är skärningspunktens koordinater positiva.



- Låt $k = 0$ och rita upp de båda linjerna.
  Bestäm skärningspunkten mellan linjerna.

- Linjerna $y = kx + 13$, $y = x + 1$ samt y-axeln bildar en triangel då $k = 0$.
  Linjerna $y = kx + 13$, $y = x + 1$ samt y-axeln bildar en annan triangel då $k = -1$.
  Beräkna och jämför trianglarnas areor.

- Arean av den triangel som begränsas av linjerna $y = kx + 13$, $y = x + 1$ samt y-axeln är beroende av värdet på k. Undersök och beskriv hur arean beror av k, under förutsättningen att linjerna skär varandra i första kvadranten.

(3/4/¤)

Mål att sträva mot i Kursplan för matematik 2000

Skolan skall i sin undervisning i matematik sträva efter att eleverna

1. utvecklar sin tilltro till den egna förmågan att lära sig mera matematik, att tänka matematiskt och att använda matematik i olika situationer,

2. utvecklar sin förmåga att tolka, förklara och använda matematikens språk, symboler, metoder, begrepp och uttrycksformer,

3. utvecklar sin förmåga att tolka en problemsituation och att formulera den med matematiska begrepp och symboler samt välja metod och hjälpmedel för att lösa problemet,

4. utvecklar sin förmåga att följa och föra matematiska resonemang samt redovisa sina tankegångar muntligt och skriftligt,

5. utvecklar sin förmåga att med hjälp av matematik lösa problem på egen hand och i grupp bl.a. av betydelse för vald studieinriktning samt att tolka och värdera lösningarna i förhållande till det ursprungliga problemet,

6. utvecklar sin förmåga att reflektera över sina erfarenheter av begrepp och metoder i matematiken och sina egna matematiska aktiviteter,

7. utvecklar sin förmåga att i projekt och gruppdiskussioner arbeta med sin begreppsbildning samt formulera och motivera olika metoder för problemlösning,

8. utvecklar sin förmåga att utforma, förfina och använda matematiska modeller samt att kritiskt bedöma modellernas förutsättningar, möjligheter och begränsningar,

9. fördjupar sin insikt om hur matematiken har skapats av människor i många olika kulturer och om hur matematiken utvecklats och fortfarande utvecklas,

10. utvecklar sina kunskaper om hur matematiken används inom informationsteknik, samt hur informationsteknik kan användas vid problemlösning för att åskådliggöra matematiska samband och för att undersöka matematiska modeller.

Kursproven i matematik som konstruerats med utgångspunkt i kursplanemål och de tillhörande betygskriterierna speglar strävansmålen för skolans undervisning i gymnasiekurserna. Varje enskild uppgift i provet som prövar en viss kunskap eller färdighet inom kursen fungerar också som en indikator på i vad mån skolan i sin undervisning har strävat efter att ha utvecklat en elevs förmåga i flera avseenden. Alla uppgifter i detta prov kan därför sägas beröras av strävansmål 1 och 2. Strävansmål 3 kan mera direkt kopplas till uppgifterna 10a, 13b och 17 som avser indikera elevens kunskaper i modellering. Strävansmål 4 som handlar om resonemang och kommunikation berörs av uppgifterna 6, 7, 11, 12, 13b, 14, 15 och 17. Strävansmål 5 berörs av uppgifterna 7, 12, 13b och 16a som kan kategoriseras som problemlösning. Strävansmål 6 berörs av 1a,b, 12, 13b, 15 och 17 som alla har en högre grad av öppenhet. Strävansmål 8 kan kopplas till uppgifterna 11, 12, 13, 14, och 17 medan inte någon uppgift i detta prov specifikt träffar målen 7, 9 och 10.

Tabell 1 Kategorisering av uppgifterna i B-kursprovet i Matematik vt 2002 i förhållande till betygskriterier och kursplanemål 2000 (återfinns längst bak i detta häfte)

Upp-gift nr	g po-äng	vg po-äng	¤	Kunskapsområde: Övr 1	Övr 4	Geo 3	Stat & sannol 2	Stat & sannol 3	Stat & sannol 4	Algebra 3	Algebra 4	Algebra 5	Fun 2	Betygskriterium: Godkänd 1	Godkänd 2	Godkänd 3	Godkänd 4	Väl godkänd 1	Väl godkänd 2	Väl godkänd 3	Väl godkänd 4	Väl godkänd 5	Väl godkänd 6	Mycket väl godkänd 1	Mycket väl godkänd 2	Mycket väl godkänd 3	Mycket väl godkänd 4	Mycket väl godkänd 5
1a	1	0									x			x														
1b	1	0									x			x														
2a	1	0								x				x														
2b	1	0								x				x														
3a	2	0								x				x														
3b	1	0								x				x														
4	1	0											x	x														
5	2	0									x			x														
6	1	0							x					x	x													
7	1	1				x								x				x										
8a	1	0					x							x														
8b	0	1					x											x										
9a	1	0										x		x														
9b	0	2										x						x		x								
10a	1	0									x			x														
10b	2	0										x		x														
11a	1	0										x		x			x											
11b	1	1										x		x			x	x				x						
12	1	1									x			x				x										
13a	1	0					x							x														
13b	0	2	¤				x											x		x				x	x			
14	1	2				x				x				x				x			x							
15	0	2						x										x		x								
16a	1	1											x	x				x				x						
16b	0	1											x					x				x						
17	3	4	¤	x		x					x			x		x		x		x		x		x	x			
Σ	26	18		1/0		3/3	3/5				17/8		2/2	26				18										

Kravgränser
Detta prov kan ge maximalt 44 poäng, varav 26 g-poäng.

Undre gräns för provbetyget

Godkänd:	12 poäng.
Väl godkänd:	26 poäng varav minst 6 vg-poäng.
Mycket väl godkänd:	26 poäng varav minst 11 vg-poäng. Eleven ska dessutom ha visat *MVG-kvaliteter i minst en* av ¤-uppgifterna.

Allmänna riktlinjer för bedömning

1. Allmänt

   Bedömning ska ske utgående från läroplanens och kursplanens mål samt betygskriterierna, och med hänsyn tagen till den tolkning av dessa dokument som gjorts lokalt.

2. Positiv bedömning

   Utgångspunkten är att eleverna ska få poäng för lösningarnas förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister. Uppgifterna ska bedömas med högst det antal poäng som anges i provhäftet.

3. g- och vg-poäng

   För att tydliggöra anknytningen till betygskriterierna för betyget Godkänd respektive betyget Väl godkänd användes separata g- och vg-poängskalor vid bedömningen. Antalet möjliga g- och vg-poäng på en uppgift anges åtskilda av ett snedstreck, t.ex. 1/0 eller 2/1.

4. Uppgifter av kortsvarstyp (*Endast svar fordras*)

   4.1 Godtagbara slutresultat av beräkningar eller resonemang ger poäng enligt bedömningsanvisningarna.

   4.2 Bedömning av brister i svarets utformning, t.ex. otillräcklig förenkling, felaktig noggrannhet, felaktigt avrundat svar, utelämnad eller felaktig enhet lämnas till lokala beslut.

5. Uppgifter av långsvarstyp

   5.1 Ett svar med t.ex. enbart resultatet av en beräkning utan motivering ger inga poäng. För full poäng krävs en redovisning som leder fram till ett godtagbart svar. Redovisningen ska vara tillräckligt utförlig och uppställd på ett sådant sätt att tankegången kan följas.

   5.2 När bedömningsanvisningarna t.ex. anger +1-2g innehåller den förväntade redovisningen flera komponenter eller tankesteg som kan anses motsvara de angivna poängen[1]. Exempel på bedömda elevarbeten ges i anvisningarna då det kan anses särskilt påkallat. Kraven för delpoängen bestäms i övrigt lokalt.

   5.3 I bedömningsanvisningarna till flerpoängsuppgifter är de olika poängen ibland oberoende av varandra, men oftast förutsätter t.ex. poäng för ett korrekt svar att också poäng utdelats för en godtagbar metod.[2]

   5.4 Frågan om hur vissa typfel ska påverka bedömningen lämnas till lokala beslut. Det kan t.ex. gälla missuppfattning av uppgift, följdfel[3], formella fel och enklare räknefel.

6. Aspektbedömning

   Vissa mer omfattande uppgifter ska bedömas utifrån de tre aspekterna ”Metodval och genomförande”, ”Matematiskt resonemang” samt ”Matematiskt språk och redovisningens klarhet och tydlighet” som var för sig ger g- och vg-poäng enligt bedömningsanvisningarna.

7. Krav för olika provbetyg

   7.1 Den på hela provet utdelade poängen summeras dels till en totalsumma och dels till en summa vg-poäng.

   7.2 Kravet för provbetyget Godkänd uttrycks som en minimigräns för totalsumman.

   7.3 Kravet för provbetyget Väl godkänd uttrycks som en minimigräns för totalsumman med tillägget att ett visst minimivärde för summan vg-poäng måste uppnås.

   7.4[4] Som krav för att en elevs prov skall betraktas som en indikation på betyget Mycket väl godkänd anges minimigränser för totalsumman och summan vg-poäng. Dessutom anges kvalitativa minimikrav för redovisningarna på vissa speciellt märkta (¤) uppgifter.

---

[1] Sådana anvisningar tillämpas bland annat till uppgifter som har en sådan mångfald av lösningsmetoder att en precisering av anvisningen riskerar att utesluta godtagbara lösningar.

[2] Ett exempel på en bedömningsanvisning där senare poäng är beroende av tidigare är:

Godtagbar metod, t.ex. korrekt tecknad ekvation	+ 1g
med korrekt svar	+ 1g

[3] Fel i deluppgift bör inte påverka bedömningen av de följande deluppgifterna. Om uppgiftens komplexitet inte minskas avsevärt genom tidigare fel så kan det lokalt beslutas att tilldela full poäng på en uppgiftslösning trots förekomst av följdfel.

[4] Gäller endast de elever som följer styrdokumenten 2000.

Bedömningsanvisningar (MaB vt 2002)

Exempel på ett godtagbart svar anges inom parentes. Bedömningen "godtagbar" ska tolkas utifrån den undervisning som föregått provet. Till en del uppgifter är bedömda elevlösningar bifogade för att ange nivån på bedömningen.

Uppg.		Bedömningsanvisningar	Poäng
Del I			
1.			**Max 2/0**
	a)	Godtagbart koordinatsystem med inritad linje som har riktningskoefficient 3	+1 g
	b)	Godtagbar ekvation för den uppritade linjen	+1 g
2.			**Max 2/0**
	a)	Korrekt svar (x^2+6x+9)	+1 g
	b)	Korrekt svar ($x^2-2x+17$)	+1 g
3.			**Max 3/0**
	a)	Redovisad godtagbar metod	+1 g
		med godtagbart svar ($x_1=4,\ x_2=-10$)	+1 g
	b)	Korrekt svar ($x_1=0,\ x_2=3$)	+1 g
4.			**Max 1/0**
		Korrekt svar ($a=4$)	+1 g
5.			**Max 2/0**
		Godtagbar metod	+1 g
		med korrekt svar ($k=0{,}5$)	+1 g

Uppg.	Bedömningsanvisningar	Poäng
6.		**Max: 1/0**
	Godtagbar förklaring (Resultatet blir missvisande om bortfallsgruppens åsikter avviker från åsikterna hos de som svarat.)	+1 g
7.		**Max 1/1**
	Redovisad godtagbar beräkning av en vinkel i triangeln *ABC*	+1 g
	Redovisad godtagbar beräkning av ytterligare två vinklar i triangeln *ABC* (70º, 50º och 60º)	+1 vg
8.		**Max 1/1**
a)	Godtagbart svar ($\frac{4}{6}$)	+1 g
b)	Godtagbart svar ($\frac{12}{30}$)	+1 vg
9.		**Max 1/2**
a)	Korrekt lösning till ekvationssystemet ($x = 2$, $y = -2$)	+1 g
b)	En ekvation korrekt	+1 vg
	med ytterligare en korrekt ekvation $\left(\begin{cases} y = x - 4 \\ y = -2x + 2 \end{cases}\right)$	+1 vg

Uppg.	Bedömningsanvisningar	Poäng

Del II

10. **Max 3/0**

a)	Korrekt uttryck ($x+3y=36$)	+1 g
b)	Godtagbar metod	+1 g
	med korrekt svar (röd skiva kostar 12 pund, blå skiva kostar 8 pund)	+1 g

11. **Max 2/1**

a)	Korrekt svar (Hugos lösning)	+1 g
b)	Identifiering av ett fel	+1 g
	Identifiering av ytterligare ett fel	+1 vg

12. **Max 1/1**

	Godtagbar metod, t ex en undersökning med en väl ritad graf	+1 g
	med korrekt slutsats som bygger på beräkning av riktningskoefficienter (punkterna ligger inte på en linje)	+1 vg

13. **Max 1/2/¤**

a)	Korrekt beräknad sannolikhet för vinst ($\frac{3}{36}$)	+1 g
b)	Resonemang kring vilka sannolikheter som kan förekomma	+1 vg
	som leder till korrekt slutsats	+1 vg

Eleven motiverar tydligt att Per vinner i längden. Eleven bedömer slutsatsens rimlighet och giltighet. Redovisningen är välstrukturerad och tydlig. Det matematiska språket är korrekt och lämpligt. ¤

14. **Max 1/2**

Godtagbar ansats, funnit ett av villkoren $v=y$ eller $u+z+v=180°$	+1 g
Funnit ytterligare ett villkor	+1 vg
med korrekt slutfört bevis	+1 vg

Uppg.	Bedömningsanvisningar	Poäng
15.		**Max 0/2**
	Godtagbar motivering till varför påståendet är falskt	+1-2 vg

Exempel på olika elevlösningar och hur de poängsätts ges nedan.
Andra lösningsförslag ska bedömas på likvärdigt sätt.

Elev 1 (1 vg)
Falskt påstående. I fall påståendet skulle stämt så borde Stina haft 21 poäng.

Elev 2 (2 vg)
Falskt. Medianen som var 21 är resultatet i mitten. På var sida om det är det 14 elever så om hon haft 21 hade det varit sant. Nu är det fler elever som har sämre poäng än Stina än bättre.

16.		**Max 1/2**
a)	Godtagbar metod, algebraisk eller grafisk	+1 g
	med godtagbart svar ($t_1 = 0{,}17,\ t_2 = 1{,}8$)	+1 vg
b)	Redovisad godtagbar lösning (13 m)	+1 vg

Uppg. Bedömningsanvisningar **Poäng**

17. **Max 3/4/¤**

Uppgiften ska bedömas med s.k. aspektbedömning. Bedömningsanvisningarna innehåller två delar:

- Först beskrivs i en tabell olika kvalitativa nivåer för tre olika aspekter på kunskap som läraren ska ta hänsyn till vid bedömningen av elevens arbete.
- Därefter ges exempel på bedömda elevlösningar med kommentarer och poängsättning.

<table>
<tr><th>Bedömningen avser</th><th colspan="5">Kvalitativa nivåer
Lägre ⟶ Högre</th><th>Total-poäng</th></tr>
<tr><td>Metodval och genomförande

I vilken grad eleven kan tolka en problemsituation och lösa olika typer av problem.

Hur fullständig och hur väl eleven använder metoder och tillvägagångssätt som är lämpliga för att lösa problemet.</td><td colspan="2">Eleven ritar en godtagbar figur av koordinatsystem med linjer och bestämmer skärningspunkten då $k = 0$ korrekt (12, 13)

Eleven beräknar arean för en triangel (72 eller 36)

1-2 g</td><td colspan="2">Eleven ritar godtagbara figurer av koordinatsystem och linjer och bestämmer skärningspunkten då $k = 0$ korrekt (12, 13)

Eleven beräknar areorna korrekt.

2 g och 1 vg</td><td>Eleven ritar godtagbara figurer av koordinatsystem och linjer och bestämmer skärningspunkten då $k = 0$ korrekt (12, 13)

Eleven beräknar areorna korrekt.

Eleven väljer en generell eller undersökande metod som leder till minst en korrekt slutsats om arean.
2g och 2 vg</td><td>2/2</td></tr>
<tr><td>Matematiska resonemang

Förekomst och kvalitet hos värdering, analys, reflektion, bevis och andra former av matematiska resonemang.</td><td colspan="3">Eleven gör en enkel jämförelse mellan areorna (t.ex. en area är större än den andra).

1 g</td><td colspan="2">Eleven gör en godtagbar jämförelse mellan areorna.

Eleven anger någon slutsats om hur arean varierar med k. Slutsatsen motiveras av ett enkelt resonemang som t.ex. grundar sig på trianglarna som erhålls då $k = 0$ och $k = -1$.

1 g och 1 vg</td><td>1/1</td></tr>
<tr><td>Redovisning och matematiskt språk

Hur klar, tydlig och fullständig elevens redovisning är och hur väl eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner.</td><td colspan="3"></td><td colspan="2">Redovisningen är välstrukturerad och tydlig. Det matematiska språket är acceptabelt och lämpligt.

1 vg</td><td>0/1</td></tr>
<tr><td>Summa</td><td colspan="3"></td><td colspan="2"></td><td>3/4</td></tr>
</table>

Eleven beskriver utförligt, med ord eller formel, hur arean varierar med *k*. Eleven motiverar detta på ett generellt sätt, t ex en algebraisk metod som leder till uttrycket $A = \dfrac{72}{1-k}$ eller med ett resonemang om hur arean varierar från noll till oändligheten då *k* går från stora negativa värden mot värdet 1. Redovisningen är välstrukturerad, fullständig och tydlig. Det matematiska språket är korrekt och lämpligt. ¤

Exempel på bedömda elevlösningar till uppgift 17

Elev 1 (2 g)

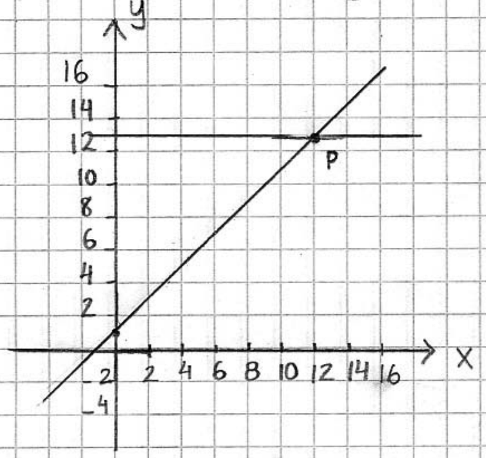
$y = kx + 13$

$P = y = x + 1$

$k = 0$

$y = 0 \cdot x + 13$

$y = 13$



$y = 13$

$y = x + 1$

$P\ (13, 12)$

$y = k \cdot x + 13$

$y = 0 \cdot x + 13$

$5 = 0 \cdot x + 13$

$y = x + 1$

$y = kx + 13$ $\quad$ $y = x + 1$

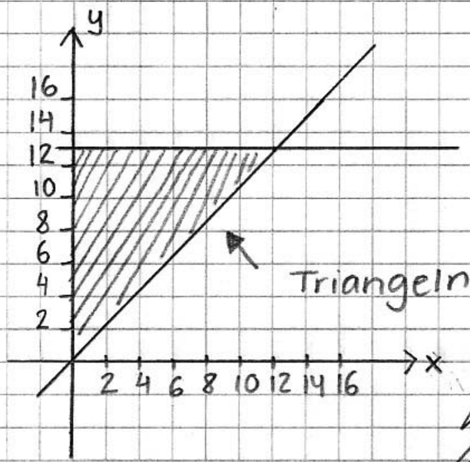
$y = 0 \cdot x + 13$ $\quad$ $y = x + 1$

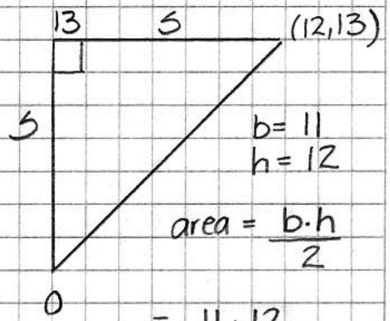
$y = 1 \cdot x + 13$ $\quad$ $y = x + 1$

Triangeln $= \dfrac{bh}{2}$ $\quad$ Pythagoras sats: $a^2 + b^2 = c^2$

$y = 13$

$y = x + 1$





$b = 11$

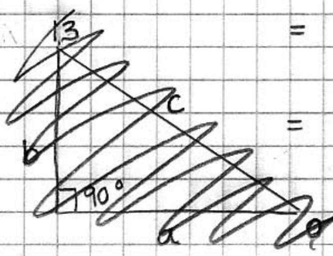
$h = 12$

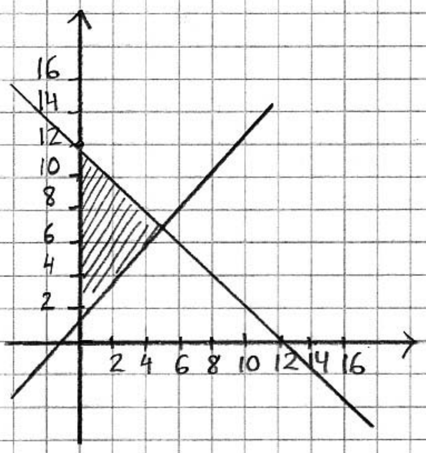
$\text{area} = \dfrac{b \cdot h}{2}$

$= \dfrac{11 \cdot 12}{2}$

$= \dfrac{132}{2}$

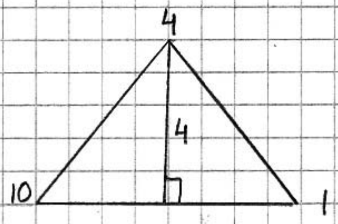
$= 66 \text{ cm}^2$





$y = -1x + 13$

$y = x + 1$



$h = 5$
$b = 11$

arean: $\frac{b \cdot h}{2}$

$= \frac{5 \cdot 11}{2}$

$= \frac{55}{2}$

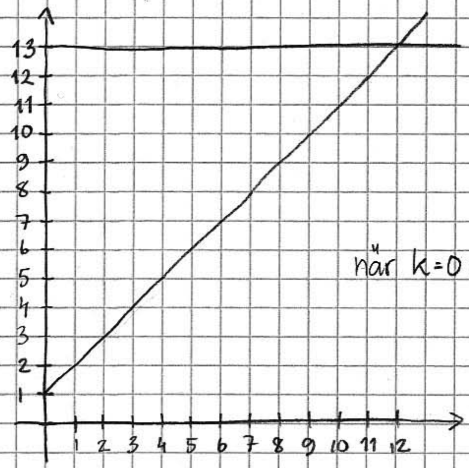
$= 27{,}5 \text{ cm}^2$

Ju mindre k-värdet sätts som, till exempel minustal, desto mindre blir triangelns area. Positiva värden ökar på arean.

Bedömning

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande	X	1/0	Väljer godtagbar metod för beräkning av arean på trianglarna, beräkningen dock felaktig
Matematiska resonemang	X	1/0	
Redovisning och matematiskt språk	X	0/0	
Summa		**2/0**	

Elev 2 (3 g och 4 vg)

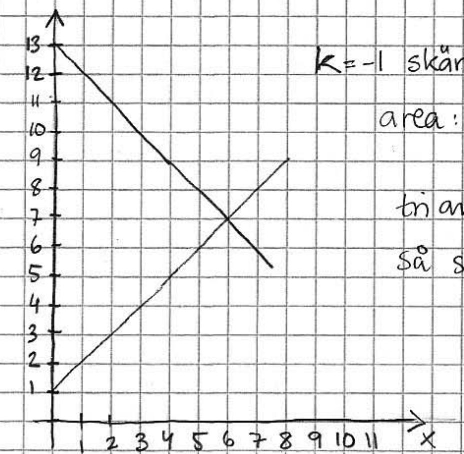


$y = kx + 13$ $k = 0$

$y = x + 1$

skärningspunkt (12, 13)

när $k=0$; area: $\frac{12 \cdot 12}{2} = 72$ längdenheter

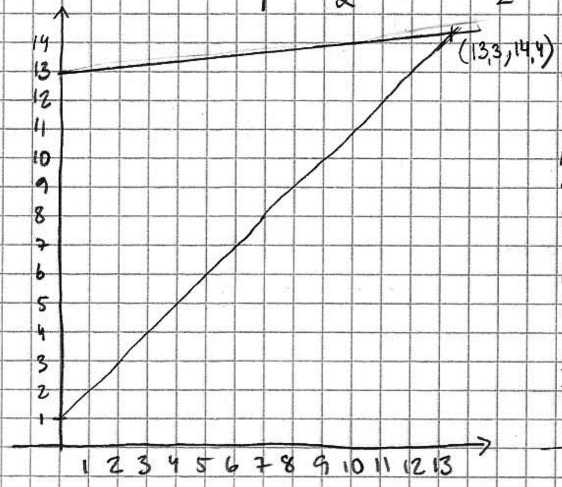


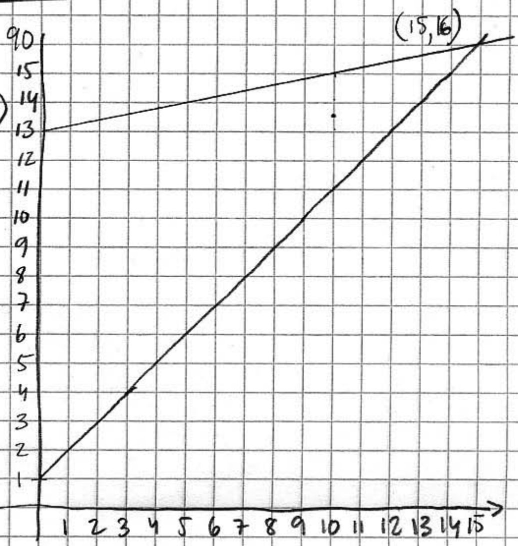
$k = -1$ skärningspunkt (6, 7)

area: $\frac{12 \cdot 6}{2} = 36$ längdenheter

triangeln blir bara hälften så stor när $k = -1$

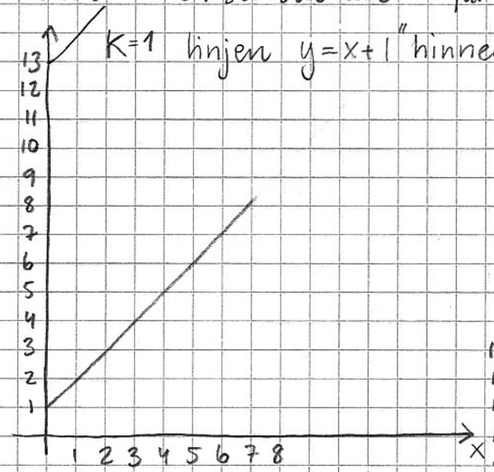
k	0,1	0,2
A	$\frac{12 \cdot 13,3}{2} = 79,8$	$\frac{12 \cdot 15}{2} = 90$

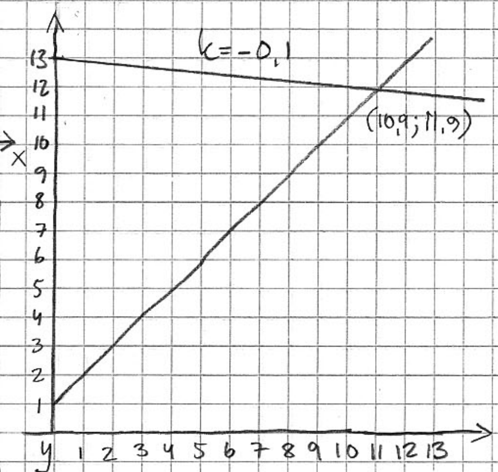




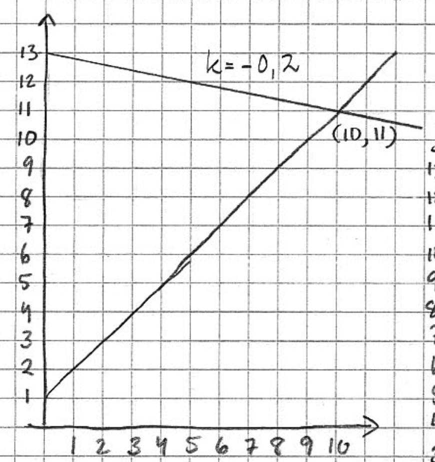
$k < 1$ Men k måste vara mindre än 1 för att linjerna ska mötas. Den största arean får man när $0 < k < 1$

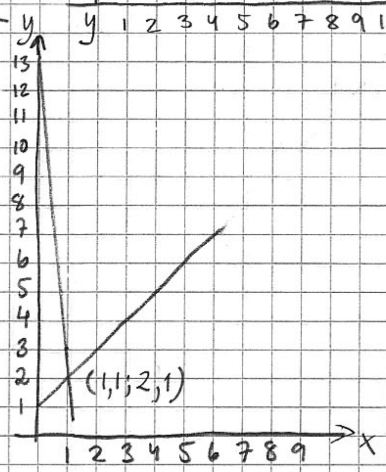
$k = 1$ linjen $y = x + 1$ "hinner" aldrig ikapp





k	$-0,1$	$-0,2$	-10
A	$\frac{12 \cdot 10.9}{2} = 65.4$	$\frac{12 \cdot 10}{2} = 60$	$\frac{12 \cdot 1.1}{2} = 6.6$





Arean blir mindre ju mindre k är

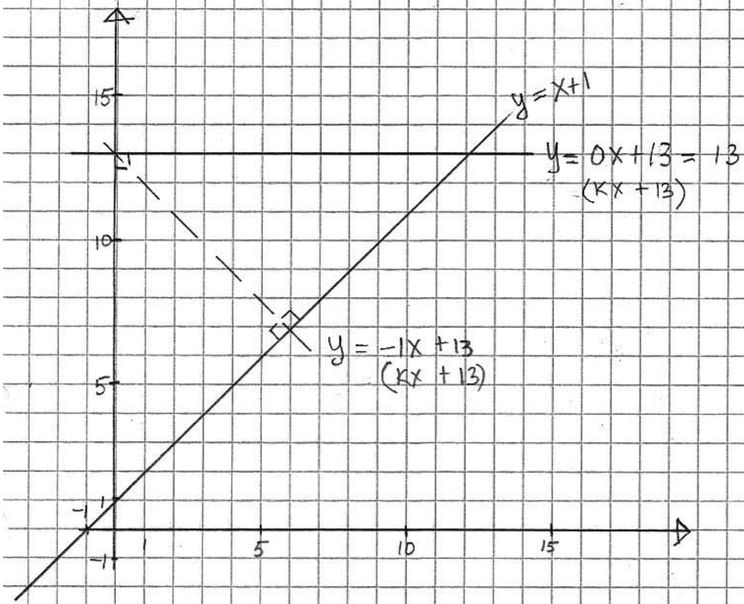
$k = -100$ blir $A = 0{,}71$ längdenheter

$k = -1000$ blir $A = 0{,}071$ längdenheter

Bedömning

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande	X	2/2	
Matematiska resonemang	X	1/1	
Redovisning och matematiskt språk	X	0/1	Använder dock genomgående l.e. i stället för a.e.
Summa		**3/4**	

Elev 3 (3 g och 4 vg och ¤)



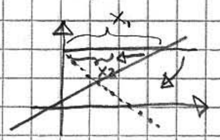
$K = 0$ – Area? $\frac{12 \cdot 12}{2} = 72$ le²

$k = -1$ – Area? $\frac{6 \cdot 12}{2} = 36$ le²

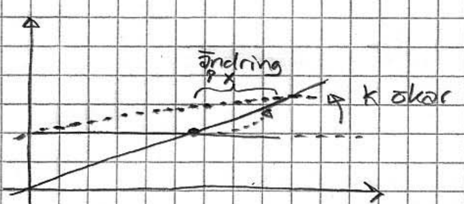
Grafisk lösning samt miniräknarens calc inters ger mig x-värdena 12 samt 6 i ovanstående.

Om vi nu undersöker vad som händer när vi justerar k-värdet så kan vi påstå ett antal saker,

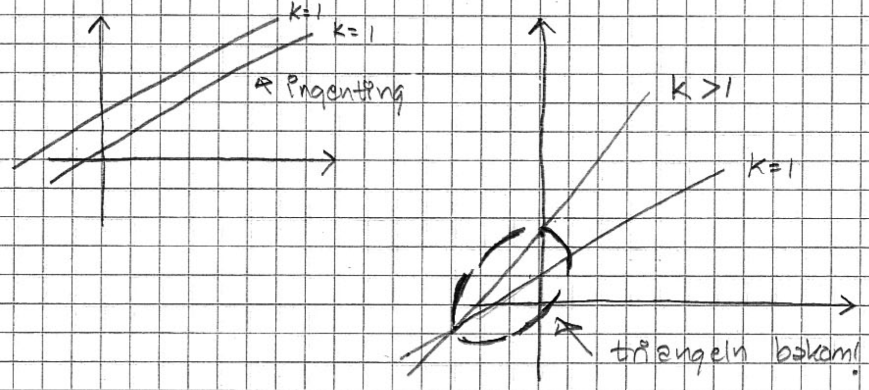
• När k minskar minskar "höjden" i den stora triangeln – arean minskar



• När k ökar ökar dock höjden på samma sätt, och arean ökar.



Man ser alltså att en höjdskillnad bildas för alla positiva k-värden, och triangelns area ökar. OBS! Om $k \geq 1$ så ligger linjerna parallellt eller isärbrutna, så triangeln i 1:a kvadranten försvinner, och om $k > 1$ bildas en mellan 2:a och 3:e istället.



Därmed kan konstateras att när k-värdet blir större än ett får man en stor triangel på baksidan, som minskar med ökat k-värde.

Men sedan kan k-värdet anta vilka värden som helst, ända tills oändlighet (ingenting) är nått och linjerna lägger sig jäms med y-axeln.

Bedömning

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande	X	2/2	Eleven missar att bestämma skärnings-punkterna.
Matematiska resonemang	X	1/1	
Redovisning och matematiskt språk	X	0/1	
Summa		**3/4**	

Eleven använder ett kvalitativt resonemang för att diskutera hur arean varierar med *k*. Redovisningen är välstrukturerad, fullständig och tydlig. Det matematiska språket är lämpligt. ¤

Betygskriterier 2000

Kriterier för betyget Godkänd

G1: Eleven använder lämpliga matematiska begrepp, metoder och tillvägagångssätt för att formulera och lösa problem i ett steg.
G2: Eleven genomför matematiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.
G3: Eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner samt utför beräkningar på ett sådant sätt att det är möjligt att följa, förstå och pröva de tankar som kommer till uttryck.
G4: Eleven skiljer gissningar och antaganden från givna fakta och härledningar eller bevis.

Kriterier för betyget Väl godkänd

V1: Eleven använder lämpliga matematiska begrepp, metoder, modeller och tillvägagångssätt för att formulera och lösa olika typer av problem.
V2: Eleven deltar i och genomför matematiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.
V3: Eleven gör matematiska tolkningar av situationer eller händelser samt genomför och redovisar sitt arbete med logiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.
V4: Eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner på sådant sätt att det är lätt att följa, förstå och pröva de tankar som kommer till uttryck såväl muntligt som skriftligt.
V5: Eleven visar säkerhet beträffande beräkningar och lösning av olika typer av problem och använder sina kunskaper från olika delområden av matematiken.
V6: Eleven ger exempel på hur matematiken utvecklats och använts genom historien och vilken betydelse den har i vår tid inom några olika områden.

Kriterier för betyget Mycket väl godkänd

M1: Eleven formulerar och utvecklar problem, väljer generella metoder och modeller vid problemlösning samt redovisar en klar tankegång med korrekt matematiskt språk.
M2: Eleven analyserar och tolkar resultat från olika typer av matematisk problemlösning och matematiska resonemang.
M3: Eleven deltar i matematiska samtal och genomför såväl muntligt som skriftligt matematiska bevis.
M4: Eleven värderar och jämför olika metoder, drar slutsatser från olika typer av matematiska problem och lösningar samt bedömer slutsatsernas rimlighet och giltighet.
M5: Eleven redogör för något av det inflytande matematiken har och har haft för utvecklingen av vårt arbets- och samhällsliv samt för vår kultur.

Mål för matematik kurs B

Kursplan 2000

Geometri (G)
G3. kunna förklara, bevisa och vid problemlösning använda några viktiga satser från klassisk geometri,

Statistik (S)
S2. kunna beräkna sannolikheter vid enkla slumpförsök och slumpförsök i flera steg samt kunna uppskatta sannolikheter genom att studera relativa frekvenser,

S3. med omdöme använda olika lägesmått för statistiska material och kunna förklara skillnaden mellan dem samt känna till och tolka några spridningsmått,

S4. kunna planera genomföra och rapportera en statistisk undersökning och i detta sammanhang kunna diskutera olika typer av fel samt värdera resultatet,

Algebra (A)
A3. kunna tolka förenkla och omforma uttryck av andra graden samt lösa andragradsekvationer och tillämpa kunskaperna vid problemlösning,

A4. kunna arbeta med räta linjens ekvation i olika former…

A5. … lösa linjära olikheter och ekvationssystem med grafiska och algebraiska metoder,

Funktionslära (F)
F2. kunna förklara vad som kännetecknar en funktion samt kunna ställa upp, tolka och använda några icke-linjära funktioner som modeller för verkliga förlopp och i samband därmed kunna arbeta både med och utan dator och grafritande hjälpmedel,

Övrigt(Ö)
Ö1. kunna formulera, analysera och lösa matematiska problem av betydelse för tillämpningar och vald studieinriktning

Ö4. med fördjupad kunskap om sådana begrepp och metoder som ingår i tidigare kurser,

Kopieringsunderlag för aspektbedömning

Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande		
Matematiska resonemang		
Redovisning och matematiskt språk		
Summa		

Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande		
Matematiska resonemang		
Redovisning och matematiskt språk		
Summa		

Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande		
Matematiska resonemang		
Redovisning och matematiskt språk		
Summa		

Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande		
Matematiska resonemang		
Redovisning och matematiskt språk		
Summa		

Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande		
Matematiska resonemang		
Redovisning och matematiskt språk		
Summa		