

Anvisningar – Delprov B

Provtid	60 minuter för Delprov B.
Hjälpmedel	Tillåtna hjälpmedel på Delprov B är formelblad och linjal.
Uppgifter	Detta delprov består av uppgifter som ska lösas utan digitala verktyg. Svar och lösningar skrivs i provhäftet. På några av uppgifterna krävs redovisning, som redovisas i rutan intill uppgiften. Till övriga uppgifter krävs endast svar. Efter varje uppgift anges maximala antalet poäng som du kan få för ditt svar/din lösning.
Kravgränser	Provet (Delprov A–D) ger totalt högst 83 poäng. Gräns för provbetyget E: Minst 19 poäng. D: Minst 34 poäng varav minst 13 poäng på lägst nivå C. C: Minst 41 poäng varav minst 19 poäng på lägst nivå C. B: Minst 53 poäng varav minst 7 poäng på nivå A. A: Minst 64 poäng varav minst 13 poäng på nivå A.

Namn: _____

Födelsedatum: _____

Program: _____ Klass: _____

Illustration: Jens Ahlbom

1. Bestäm värdet av $4x + 3$ om $x = 3$. Svar: _____ (1/0/0)

2. Vilket värde på x uppfyller *inte* villkoret $2x + 1 > 5$?
Ringa in ditt svar.

7 5 4 3 2 (2/0/0)

3. Följande samband är ekvivalenser eller implikationer.
Markera ekvivalens med ekvivalenspil \Leftrightarrow och enbart
implikation med korrekt implikationspil \Rightarrow eller \Leftarrow .

Pernilla bor i Sverige. Pernilla bor i Europa.

Fyrhörningen F är en rektangel. Fyrhörningen F är en kvadrat.

(1/0/0)

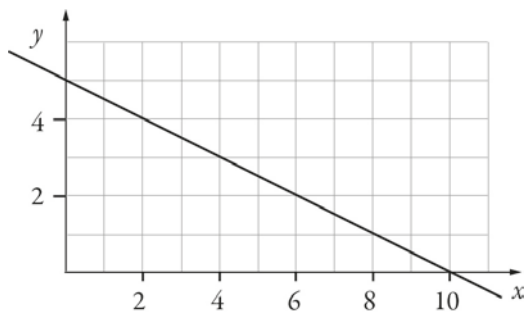
4. Lös ekvationen $4x^3 = 32$ Svar: $x =$ _____ (1/0/0)

5. Koldioxidhalten i luften är 393 ppm.
Skriv denna halt i decimalform. Svar: _____ (1/0/0)

6. Talet 113 är skrivet i bas 7. Skriv talet i bas 10.
Redovisa din lösning.

Svar: _____ (0/2/0)

7. I figuren nedan visas grafen till funktionen $y = f(x)$.



a) Bestäm $f(2)$ med hjälp av grafen.

Svar: $f(2) =$ _____ (0/1/0)

b) Lös ekvationen $f(x) = 2$ med hjälp av grafen.

Svar: $x =$ _____ (0/1/0)

8. $A = \frac{B}{B+1}$ där B är ett positivt tal.

Blir A större eller mindre om B dubblas?
Motivera ditt svar.

Svar: _____ (1/1/1)

9. Lös ekvationen $\frac{3x+1}{4} - \frac{2x+3}{3} = 2$

Redovisa din lösning.

Svar: $x =$ _____ (0/2/0)

10. Vilket eller vilka tal av alternativen nedan är större än 2 promille? Ringa in ditt/dina svar.

$$\frac{2}{2000}$$

0,00201

$$\frac{1}{499}$$

$$\frac{1}{501}$$

$1,9 \cdot 10^{-3}$

(0/1/1)

11. Uppgift under sekretess. Kommer att läggas till så snart sekretesstiden har gått ut.

12. Vilket tal ska stå i den tomma rutan i tabellen?

x	xy	xy^2
2	-10	

Svar: $xy^2 =$ _____ (0/0/1)

13. En istapp har volymen $V(t)$ cm³, där t är tiden i minuter efter klockan 08.00. Klockan 09.00 har istappen volymen 21 cm³. Använd funktionen $V(t)$ och skriv detta påstående med matematiska symboler.



Svar: _____ (0/0/1)

14. Skriv $\sqrt{a^6} \cdot \sqrt{a^6}$ som en potens med basen a .

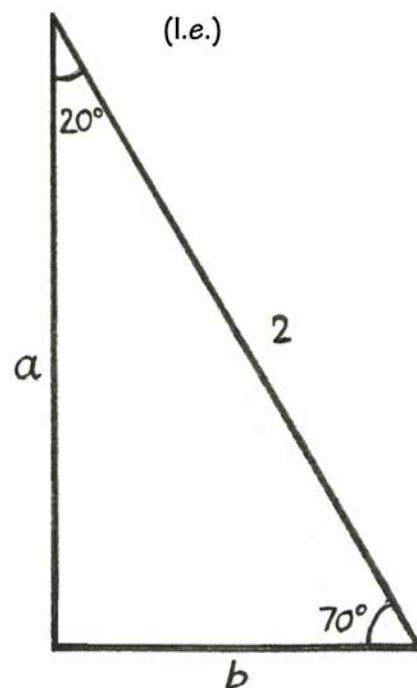
Svar: _____ (0/0/1)

15. Bestäm längden på sidan a i triangeln med hjälp av tabellen.

Figuren är ej skalenligt ritad.

Svar: _____ l.e. (0/0/1)

Grader	Sin	Cos	Tan
0	0,000	1,000	0,000
5	0,087	0,996	0,087
10	0,174	0,985	0,176
15	0,259	0,966	0,268
20	0,342	0,940	0,364
25	0,423	0,906	0,466
30	0,500	0,866	0,577
35	0,574	0,819	0,700
40	0,643	0,766	0,839
45	0,707	0,707	1,000
50	0,766	0,643	1,192
55	0,819	0,574	1,428
60	0,866	0,500	1,732
65	0,906	0,423	2,145
70	0,940	0,342	2,747
75	0,966	0,259	3,732
80	0,985	0,174	5,671
85	0,996	0,087	11,430
90	1,000	0,000	



16. Bestäm n om $2^4 \cdot 3^8 = 9^n \cdot 6^4$

Svar: $n =$ _____ (0/0/2)

Anvisningar – Delprov C

- Provtid** 60 minuter för Delprov C.
- Hjälpmedel** Tillåtna hjälpmedel på Delprov C är digitala verktyg, formelblad och linjal.
- Uppgifter** Detta delprov består av en stor uppgift. Lösningen till uppgiften redovisar du på separata papper som du lämnar in tillsammans med provhäftet. I arbetet med uppgiften krävs det att du
- redovisar dina lösningar
 - förklarar och motiverar dina tankegångar.
- Kravgränser** Provet (Delprov A–D) ger totalt högst 83 poäng.
- Gräns för provbetyget
- E: Minst 19 poäng.
- D: Minst 34 poäng varav minst 13 poäng på lägst nivå C.
- C: Minst 41 poäng varav minst 19 poäng på lägst nivå C.
- B: Minst 53 poäng varav minst 7 poäng på nivå A.
- A: Minst 64 poäng varav minst 13 poäng på nivå A.

Namn: _____

Födelsedatum: _____

Program: _____ Klass: _____

Skriv även ditt namn, födelsedatum, program och klass på de papper som du lämnar in.

Illustration: Jens Ahlbom

17. Spela kula

(3/5/3)

På en skolgård spelar barnen kula. Barnen kastar kulor mot pyramider som består av fyra kulor. Följande spelregler gäller:

Spelregler:

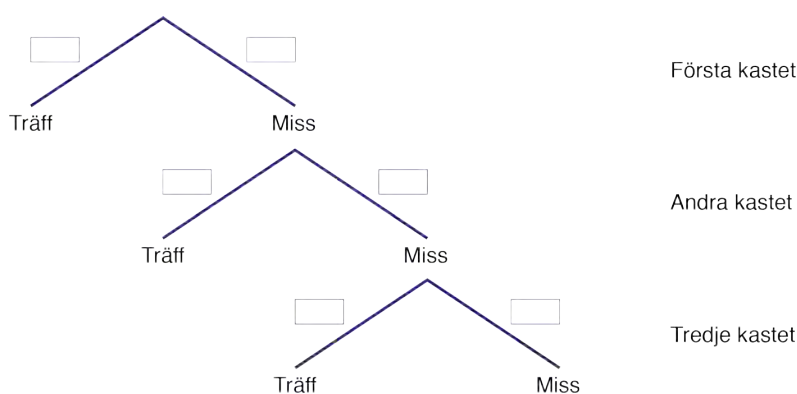
- Spelet spelas i par. En person som ställer upp en pyramid (uppställare) och en person som kastar kulor mot pyramiden (kastare).
- Kastaren kastar en kula i taget.
- En spelomgång pågår tills kastaren träffar pyramiden.
- Om kastaren träffar pyramiden så vinner hon/han de fyra kulorna som finns i pyramiden.
- Kastaren förlorar alltid den kula som hon/han kastar. Det gäller både om hon/han träffar pyramiden eller inte.



Camilla har under en dag observerat sin lillebror Niklas när han kastar kula. Av 150 kast har Niklas träffat pyramiden 15 gånger och missat 135 gånger.

Besvara följande frågor utifrån spelreglerna och Camillas observationer av hur ofta Niklas träffar eller missar.

- I. Hur stor är sannolikheten att Niklas träffar pyramiden i första kastet i en spelomgång?
- II. Rita av trädidiagrammet och ange sannolikheterna för träff och miss i de första tre kasten.



Om Niklas har fler kulor efter en spelomgång än före kallas det att ”gå plus”.
Om Niklas har färre kulor efter en spelomgång än före kallas det att ”gå minus”.

- III. Hur många kulor kan Niklas ”gå plus” med i en spelomgång?
Ange samtliga möjligheter.
- IV. Hur stor är sannolikheten att Niklas ”går plus” med *precis två* kulor i en spelomgång?
- V. Hur stor är sannolikheten att Niklas ”går plus” med *minst en* kula i en spelomgång?
- VI. Hur stor är sannolikheten att Niklas ”går minus” med *minst en* kula i en spelomgång? Motivera.



Anvisningar – Delprov D

- Provtid** 120 minuter för Delprov D.
- Hjälpmedel** Tillåtna hjälpmedel på Delprov D är digitala verktyg, formelblad och linjal.
- Uppgifter** Detta delprov består av flera olika uppgifter. Lösningarna till uppgifterna redovisar du på separata papper, som du lämnar in tillsammans med provhäftet. Till de flesta uppgifterna räcker det inte med endast svar, utan där krävs det också att du
- redovisar dina lösningar
 - förklarar/motiverar dina tankegångar
 - ritar figurer vid behov.
- Kravgränser** Provet (Delprov A–D) ger totalt högst 83 poäng.
- Gräns för provbetyget
- E: Minst 19 poäng.
D: Minst 34 poäng varav minst 13 poäng på lägst nivå C.
C: Minst 41 poäng varav minst 19 poäng på lägst nivå C.
B: Minst 53 poäng varav minst 7 poäng på nivå A.
A: Minst 64 poäng varav minst 13 poäng på nivå A.

Namn: _____

Födelsedatum: _____

Program: _____ Klass: _____

Skriv även ditt namn, födelsedatum, program och klass på de papper som du lämnar in.

Illustration: Jens Ahlbom

18. Antag att klockan är 9 på morgonen.
Vad är då klockan 1 000 timmar senare?

(2/0/0)

19. För en bil med bra däck och bromsar kan den ungefärliga bromssträckan på torr asfalt beräknas med formeln

$$s = \frac{v^2}{200}$$

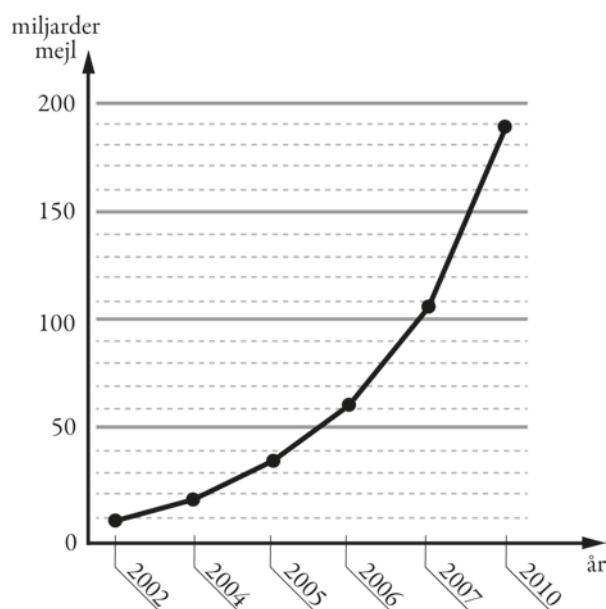
där s är bromssträckan i meter och v är hastigheten i km/h.

Hur mycket längre blir bromssträckan enligt formeln om man kör i hastigheten 70 km/h jämfört med om man kör i hastigheten 50 km/h? (2/1/0)

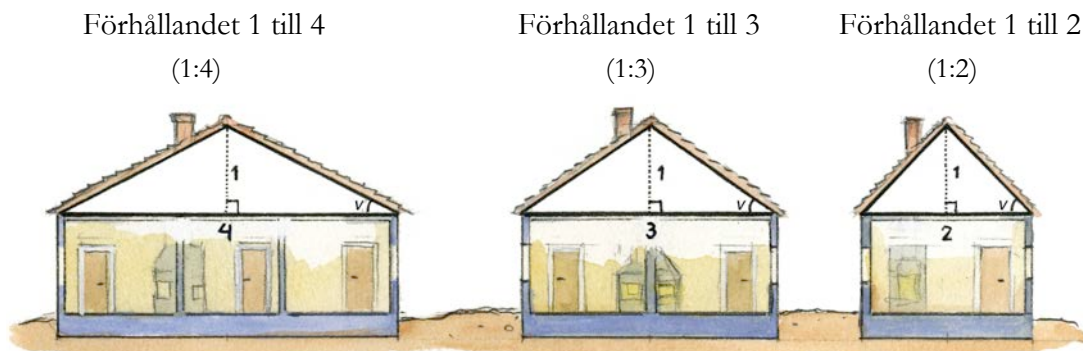


20. Diagrammet visar antalet miljarder mejl som i genomsnitt skickas i världen varje dag.

- a) Av alla mejl som skickas uppskattas att cirka 82 procent är spam (oönskade mejl). Ungefär hur många spam skickades under en dag år 2010? (2/0/0)
- b) Diagrammet är missvisande. Vad är det som är missvisande i diagrammet? (1/1/0)
- c) Om man skulle rita diagrammet korrekt, hur skulle det påverka utseendet på diagrammet? (1/1/0)



21. Förr i tiden angavs lutningen på ett tak som ett förhållande mellan två sträckor, se figur.



Källa: ICA bokförlaget, Så renoveras torp och gårdar

Nu anges takets lutning med takvinkeln, som är vinkeln ν mellan taket och horisontalplanet uttryckt i grader, se figur.

- a) Hur stor är takvinkeln som motsvaras av förhållandet 1 till 3? (2/0/0)
- b) Blir takvinkeln dubbelt så stor om förhållandet 1 till 3 ändras till förhållandet 1 till 1,5? Motivera. (0/2/0)

22. År 2014 var elpriset 27 öre per kWh. Det var 40 % lägre än året innan.
Hur mycket kostade 1 kWh år 2013?

1 kWh = 1 kilowattimme

(0/2/0)

23. År 1750 var världens befolkning 750 miljoner.
År 1870 var världens befolkning dubbelt så stor.
Med hur många procent ökade befolkningen i genomsnitt per år? (0/2/0)

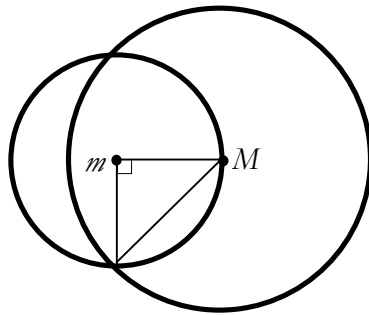
24. Kalles klass ska samla in pengar till klasskassan och vill ordna ett skoldisco. De har hittat en lokal att hyra som kostar 500 kr och en DJ med musikanläggning som kostar 1 500 kr. De tänker sälja biljetter för 50 kr/st.



- a) Hur stor vinst gör klassen om de lyckas sälja 100 biljetter? (1/0/0)
- b) Ange en funktion $V(x)$ som visar klassens vinst/förlust efter x antal sålda biljetter. (1/1/0)
- c) På discot kommer maximalt 200 betalande gäster. Bestäm funktionens värdemängd. (1/1/1)
25. Frida tar ett sms-lån på 1 000 kr. Lånet ska betalas tillbaka efter en månad och den procentuella månadsräntan är 20 %. När månaden är slut har Frida inte råd att betala sin skuld.
- För att betala skulden tar hon ett nytt sms-lån på hela det belopp hon är skyldig. Det nya lånet har samma procentuella månadsränta.
- Frida fortsätter att låna på samma sätt varje månad.
Hur stor är Fridas skuld ett år efter att hon har tagit sitt första sms-lån? (0/2/1)

26. Visa att den stora cirkeln har dubbelt så stor area som den lilla cirkeln. M är mittpunkten i den stora cirkeln och m är mittpunkten i den lilla cirkeln.

(0/2/2)



27. Vid addition av tal gäller den associativa lagen, d.v.s. $(a + b) + c = a + (b + c)$.

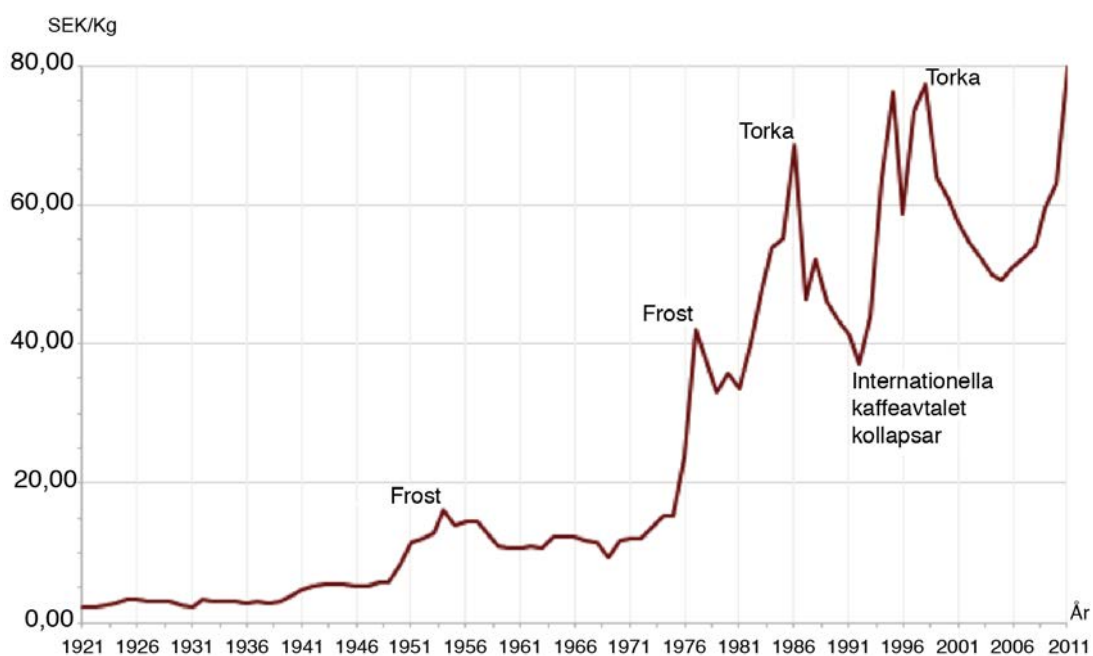
Till exempel är $(3 + 2) + 5 = 5 + 5 = 10$ och $3 + (2 + 5) = 3 + 7 = 10$.

Den associativa lagen gäller även för addition av vektorer.

Visa med ett exempel att detta gäller även för vektorerna \vec{u}, \vec{v} och \vec{w} .

(0/1/2)



28. Diagrammet visar prisutvecklingen för ett kilogram kaffe i Sverige. Enligt en indexserie var index för kaffepriset 330 år 2011. Vilket år var indexseriens basår?



(0/0/2)

2. Bedömningsanvisningar

Instruktioner för bedömning av delprov B

1.	15 Korrekt svar.	(1/0/0) +E
2.	$x = 2$ Korrekt svar.	(2/0/0) +E+E
3.	\Rightarrow \Leftarrow Två korrekta symboler.	(1/0/0) +E
4.	$x = 2 ; x = \sqrt[3]{8}$ Korrekt svar.	(1/0/0) +E
5.	0,000393 ; $3,93 \cdot 10^{-4}$ Korrekt svar.	(1/0/0) +E
6.	59 Påbörjad lösning, t.ex. visar att ettorna står för 49 (7^2) och 7. Lösning med korrekt svar.	(0/2/0) +C +C
7. a)	4 Korrekt svar.	(0/1/0) +C
b)	$x = 6$ Korrekt svar.	(0/1/0) +C
8.	"A blir större" Påbörjad lösning, sätter in ett värde på B och dess dubbla värde. Korrekt slutsats utifrån exempel. Korrekt slutsats utifrån generellt resonemang.  <i>Till uppgiften finns bedömda elevlösningar, se s. 12.</i>	(1/1/1) +E +C +A
9.	$x = 33$ Påbörjad lösning, t.ex. förlänger bråken korrekt till gemensam nämnare eller multiplicerar båda leden med 12. Lösning med korrekt svar.  <i>Till uppgiften finns bedömda elevlösningar, se s. 13.</i>	(0/2/0) +C +C

10.	0,00201 och $\frac{1}{499}$ Minst ett korrekt tal inringat och maximalt ett felaktigt tal inringat. Ringat in de båda korrekta talen och inget felaktigt tal inringat.	(0/1/1) +C +A
11.	30 (st) Korrekt svar.	(0/0/1) +A
12.	50 Korrekt svar.	(0/0/1) +A
13.	$V(60) = 21$ Korrekt svar.	(0/0/1) +A
14.	a^6 Korrekt svar.	(0/0/1) +A
15.	1,88 i.e. Korrekt svar.	(0/0/1) +A
16.	$n = 2$ Korrekt svar.	(0/0/2) +A+A

Instruktioner för bedömning av delprov C

Uppgift 17





(3/5/3)




	E	C	A
Metod och genomförande	<p>Eleven anger någon sannolikhet, t.ex. sannolikheten för träff.</p> <p>+E</p> <p>Eleven fyller i sannolikheterna i trädigrammet.</p> <p>+E</p> <p>Eleven anger samtliga möjligheter för hur många kulor man kan "gå plus" med.</p> <p>+E</p>	<p>Eleven beräknar någon sannolikhet i flera steg, t.ex. $P(\text{miss, träff})$ eller $P(\text{miss, miss})$.</p> <p>+C</p> <p>Eleven beräknar sannolikheten för att "gå plus" med precis två kulor, $P(\text{miss, träff})$.</p> <p>+C</p> <p>Eleven beräknar sannolikheten för att "gå plus" med minst en kula.</p> <p>+C</p>	<p>Eleven beräknar sannolikheten för att "gå minus" med minst en kula.</p> <p>+A</p> <p>Eleven motiverar beräkningen för att "gå minus" med minst en kula.</p> <p>+A</p> <p>Redovisningen är lätt att följa och omfattar minst två av punkterna IV–VI. Det matematiska språket är lämpligt.</p> <p>+A</p>
Redovisning		<p>Eleven visar möjliga utfall eller komplementhändelse för att "gå plus" med minst en kula.</p> <p>+C</p> <p>Redovisningen är möjlig att följa och omfattar minst en av punkterna IV–VI. Det matematiska språket är acceptabelt.</p> <p>+C</p>	



Till uppgiften finns bedömda elevlösningar, se s. 14–20.

Instruktioner för bedömning av delprov D

18.	(Klockan) 01.00 Påbörjad lösning, t.ex. beräknar hur många dygn det går på 1 000 h. Lösning med korrekt svar.	(2/0/0) +E +E
19.	12 m Använder formeln och beräknar någon bromssträcka oberoende av hastighet. Bestämmer bromssträckan för hastigheten 50 km/h eller 70 km/h. Redovisning med korrekt svar.	(2/1/0) +E +E +C
20. a)	156 miljarder (svar i intervallet 148–160 miljarder) Godtagbar avläsning (intervallet 180–195 miljarder). Redovisning med godtagbart svar.	(2/0/0) +E +E
b)	"Avståndet mellan årtalen på x-axeln är inte lika stora." Knapphändig beskrivning som inte anger på vilket sätt diagrammet är missvisande, t.ex. "År 2003 är inte med". Beskrivning som anger att skalan inte är ekvidistant.	(1/1/0) +E +C
c)	"Kurvan skulle inte blivit lika brant, då man skulle förlängt x-axeln i förhållande till y-axeln. Mellan 2007 och 2010 hade kurvan blivit mindre brant, då 2 årtals statistik saknas." Beskrivning som antyder ett korrekt diagrams utseende. Beskrivning som tydligt anger hur ett korrekt diagram kommer att påverkas.  <i>Bedömda avskrivna autentiska elevlösningar</i> 1/0/0 "Det skulle vara en mycket långsammare ökning." 1/1/0 "Skulle man rita om diagrammet skulle främst x-axeln bli längre då det saknas 3 år. Diagrammet skulle inte ge samma effekt – utökningen av skickade mejl ser ut att ha gått väldigt långsamt." 1/1/0 "Kurvan skulle inte blivit lika brant, då man skulle förlängt x-axeln i förhållande till y-axeln. Mellan 2007 och 2010 hade kurvan blivit mindre brant, då 2 årtals statistik saknas."	(1/1/0) +E +C
21. a)	v ≈ 34° Påbörjad lösning, ställer upp godtagbart trigonometriskt samband. Redovisning med korrekt svar.  <i>Till uppgiften finns bedömda elevlösningar, se s. 21.</i>	(2/0/0) +E +E
b)	Nej (Vinkeln 53° är inte dubbelt så stor som 34°) Beräknar vinkeln för förhållandet 1:1,5. Slutsats med godtagbar motivering.  <i>Till uppgiften finns bedömda elevlösningar, se s. 21.</i>	(0/2/0) +C +C
22.	45 öre Påbörjad lösning, t.ex. visar att förändringsfaktorn är 0,6 eller visar med beräkning att minskningen ska baseras på priset år 2013. Lösning med godtagbart svar.  <i>Till uppgiften finns bedömda elevlösningar, se s. 22.</i>	(0/2/0) +C +C

23.	<p>0,6 (%) ; 0,58 (%)</p> <p>Påbörjad lösning, tecknar en ekvation eller ett rotuttryck med godtagbart svar.</p>	<p>(0/2/0)</p> <p>+C</p> <p>+C</p>
24. a)	<p>3 000 (kr)</p> <p>Korrekt beräknad vinst.</p>	<p>(1/0/0)</p> <p>+E</p>
b)	<p>$V(x) = 50x - 2000$; $V = 50x - 2000$</p> <p>Godtagbart tecknat uttryck.</p> <p>Godtagbart tecknad funktion.</p>	<p>(1/1/0)</p> <p>+E</p> <p>+C</p>
c)	<p>$-2000 \leq V(x) \leq 8000$; $-2000 \leq V \leq 8000$; $V \geq -2000, V \leq 8000$</p> <p>Anger en gräns för värdemängden.</p> <p>Anger övre och undre gräns för värdemängden med korrekta matematiska symboler.</p>	<p>(1/1/1)</p> <p>+E</p> <p>+C</p> <p>+A</p>
25.	<p>8 916 kr</p> <p>Påbörjad lösning som visar upprepade procentuella ökningar, t.ex. visar beräkning av skulden efter minst två månader.</p> <p>Lösning med godtagbart svar med en effektiv lösningsmetod, t.ex. $1200 \cdot 1,2^{11}$.</p> <p> <i>Till uppgiften finns bedömda elevlösningar, se s. 23.</i></p>	<p>(0/2/1)</p> <p>+C</p> <p>+C</p> <p>+A</p>
26.	<p>Påbörjad lösning, t.ex. visar sambandet mellan radierna med ett exempel eller algebraiskt.</p> <p>Påbörjar en generell formulering av ett uttryck för den stora cirkelns area utifrån den lilla cirkelns radie <i>eller</i> visar för något värde att den stora cirkelns area är dubbelt så stor som den lilla.</p> <p>Tecknar ett generellt uttryck för den stora cirkelns area utifrån den lilla cirkelns radie.</p> <p>Visar sambandet mellan areorna generellt.</p> <p> <i>Till uppgiften finns bedömda elevlösningar, se s. 24.</i></p>	<p>(0/2/2)</p> <p>+C</p> <p>+C</p> <p>+A</p> <p>+A</p>
27.	<p>Påbörjad lösning, t.ex. anger tre vektorer och adderar två av dessa.</p> <p>Korrekt visad likhet.</p> <p>Tydlig redovisning.</p> <p> <i>Till uppgiften finns bedömda elevlösningar, se s. 25.</i></p>	<p>(0/1/2)</p> <p>+C</p> <p>+A</p> <p>+A</p>
28.	<p>1976 eller svar i intervallet 1975–1977</p> <p>Påbörjad lösning, t.ex. beräknar basårets kaffepris.</p> <p>Lösning med godtagbart svar.</p>	<p>(0/0/2)</p> <p>+A</p> <p>+A</p>

3. Exempel på bedömda elevlösningar

Bedömda elevlösningar delprov B



Bedömda elevlösningar till uppgift 8

<p>Elevlösning 1</p> $B = 10$ $\frac{10}{10+1} = \frac{10}{11} = 1,1$ $\frac{20}{20+1} = \frac{20}{21} = 1,1$ <p>Svar: Samma</p>	1/0/0
<p>Elevlösning 2</p> $A = \frac{B}{B+1} \quad A = \frac{2B}{2B+1}$	1/0/0
<p>Elevlösning 3</p> $B = 1 \quad B = 2$ $A = \frac{1}{1+1} = 0,5 \quad A = \frac{2}{2+1} = 0,67$ <p>Svar: Större</p>	1/1/0
<p>Elevlösning 4</p> $A = \frac{B}{B+1} \quad A = \frac{1}{1+1} = 0,5 \quad A = \frac{2}{2+1} = 0,6666\dots$ <p>A blir större eftersom ettan blir proportionellt sett mindre.</p>	1/1/0
<p>Elevlösning 5</p> $\frac{1}{1+1} = 0,5 \quad \frac{2}{2+1} \approx 0,66 \quad \frac{4}{4+1} = 0,80$ <p>Nämnaren kommer alltid vara 1 enhet större än täljaren och ju större värden vi använder desto större del blir täljaren av nämnaren.</p> <p>Alltså ett högre A-värde.</p> <p>Svar: Större</p>	1/1/1
<p>Elevlösning 6</p> <p>A blir större, eftersom "skillnaden" mellan B och (B+1) blir mindre ju större B är, och därför kommer A komma närmare talet 1 hela tiden ju större B blir.</p> <p>Svar: Större</p>	1/1/1



Bedömda elevlösningar till uppgift 9

<p>Elevlösning 1</p> <p>Lös ekvationen $\frac{3x+1}{4} - \frac{2x+3}{3} = 2$</p> <p>Redovisa din lösning.</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> $\frac{3x+1}{4 \cdot 3} - \frac{2x+3}{3 \cdot 4} = 2$ $\frac{9x+9}{12} - \frac{8x+12}{12} = 2$ $9x+9 - 8x+12 = 2$ $1x+21 = 2$ $x+21 = 2$ $\quad -21 \quad -21$ $\underline{\underline{x = -19}}$ </div>	0/0/0
<p>Elevlösning 2</p> <p>Lös ekvationen $\frac{3x+1}{4} - \frac{2x+3}{3} = 2$</p> <p>Redovisa din lösning.</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> $\frac{3x+1}{4 \cdot 3} - \frac{2x+3}{3 \cdot 4} = 2$ $\frac{9x-8x+15}{12} = 2$ $\frac{3(3x+1) - 4(2x+3)}{12} = 2$ $\frac{9x+3}{12} - \frac{8x+12}{12} = 2$ $\frac{9x+3-8x+12}{12} = 2$ $9x - 8x + 15 = 2$ $12 \cdot \frac{x+15}{12} = 2 \cdot 12$ $x+15 = 24$ $\quad -15 \quad -15$ $\underline{\underline{x = 9}}$ </div>	0/1/0
<p>Elevlösning 3</p> <p>Lös ekvationen $\frac{3x+1}{4} - \frac{2x+3}{3} = 2$</p> <p>Redovisa din lösning.</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> $\frac{3x+1}{4} - \frac{2x+3}{3} = 2$ $\frac{3(3x+1) - 4(2x+3)}{12} = 2$ $9x^3 + 3x - 8x^4 + 12 = 2$ $9x^3 - 8x^4 + 15 = 2$ $9x^3 - 8x^4 + 15 = 2$ $\rightarrow 9x^3 - 8x^4 + 15 = 2$ $\quad -15 \quad -15$ $9x^3 - 8x^4 = -13$ </div>	0/1/0
<p>Elevlösning 4</p> <p>Lös ekvationen $\frac{3x+1}{4} - \frac{2x+3}{3} = 2$</p> <p>Redovisa din lösning.</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> $\frac{3x+1}{4} - \frac{2x+3}{3} = 2$ $3(3x+1) - 4(2x+3) = 4 \cdot 3 \cdot 2$ $9x+3 - 8x+12 = 24$ $x+15 = 24$ $\quad -15 \quad -15$ $\underline{\underline{x = 9}}$ </div>	0/1/0

Bedömda elevlösningar delprov C



Bedömda elevlösningar till uppgift 16

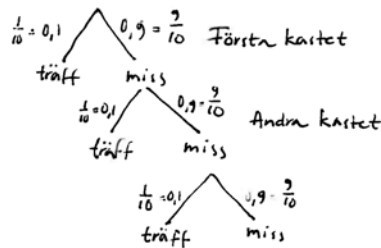
Elevlösning 1

I Sannolikheten att träffa första gången är

$$\frac{15}{150} = 10\% \text{ chans.}$$

$$\text{II } \frac{15}{150} = \frac{1}{10}$$

$$\frac{135}{150} = \frac{9}{10}$$



- III
1. Om kastaren träffar på 1:a kastet vinner han 3 kulor
 2. Träffar på 2:a kastet vinner han 2 kulor
 3. Träffar på 3:e kastet vinner han 1 kula.

$$P(\text{första kast, vinst}) = 3 \text{ kulor}$$

$$P(\text{andra kast, vinst}) = 2 \text{ kulor}$$

$$P(\text{tredje kast, vinst}) = 1 \text{ kula}$$

gynnsamm
möjlig

IV 2 kulor = $P(\text{andra kast, vinst})$
Sannolikheten = $0,1007 = 10,07\% \text{ chans}$

V tre olika möjligheter $P(\text{första kast, vinst}) P(\text{andra kast, vinst}) P(\text{tredje kast, vinst})$

$$\frac{1}{10} \cdot \left(\frac{9}{10} + \frac{1}{10}\right) \cdot \left(\frac{9}{10} + \frac{9}{10} + \frac{1}{10}\right) = \frac{1}{10} \cdot \frac{10}{10} \cdot \frac{19}{10} = \frac{190}{1000} = 0,19 = 19\%$$

VI $100 - 19 = 81\%$

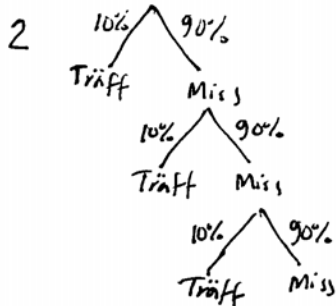
Bedömning

	E	C	A	Poäng
Metod och genomförande	X			3/0/0
	X			
	X			
Redovisning		X		0/1/0
Summa				3/1/0

Elevlösning 2

150 kast ger träff 15 ggr och miss 135 ggr.

1 $\frac{15}{150} = 0,1 = 10\%$



3 1-4 Då kan man träffa första gången och vinna 4 kulor, man kan missa 1 gång och träffa andra gången. Då går man +3. Man kan missa två ggr och vinna 3:e gången. Då ligger man +2. Sista alternativet att man missar tre gånger och träffar på 4:e försöket. Då går man +1.

4 $0,9 \cdot 0,9 = 0,81 = 81\%$ $100 - 81 = 19\%$

5 $0,9 \cdot 0,9 \cdot 0,9 = 0,729 = 72,9\%$ $100 - 72,9 = 27,1\%$

6 $0,9^5 = 0,59049 = 59\%$

Bedömning

	E	C	A	Poäng
Metod och genomförande	X	X		2/2/0
	X			
		X		
Redovisning		X		0/1/0
Summa				2/3/0

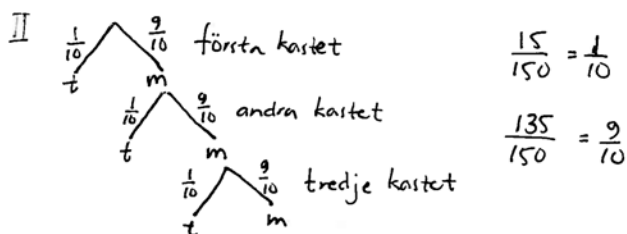
Kommentar: Redovisningen i elevlösningen är knapphändig.

Elevlösning 3

I Av 150 kast = 15 träffar, 135 missar

$$\frac{15}{150} = 0,1 = 10\%, \quad \frac{1}{10}$$

$P = 10\%$ Chansen att man träffar vid första kastet.



III 4 kulor i pyramiden
-1 kula vid varje kast

4-1 = 3 kulor kan kastaren gå plus
med i en spelomgång (som mest)
+1 & +2 kan man också gå plus.

IV 1 träff = +3
1 miss + 1 träff = +2 $\frac{9}{10} \cdot \frac{1}{10} = \frac{9}{100} = 9\%$

V 1 träff = +3 kulor

1. $2m + 1t = +1$ $1. \frac{9}{10} \cdot \frac{9}{10} \cdot \frac{1}{10} = \frac{81}{1000} = 0,081 = 8,1\%$
-2 + 3 = 1

2. 1 träff = +3 $2. \frac{1}{10} = 0,1 = 10\%$

3. 1 m + 1 träff = +2 $3. \frac{9}{10} \cdot \frac{1}{10} = \frac{9}{100} = 9\%$

$9\% + 8,1\% + 10\% = 27,1\%$

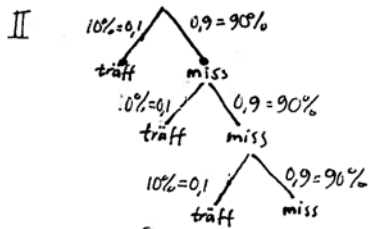
Bedömning

	E	C	A	Poäng
Metod och genomförande	X	X		3/3/0
	X	X		
	X	X		
Redovisning		X		0/2/0
		X		
Summa				3/5/0

Kommentar: I elevlösningen är punkterna IV och V lösta, men redovisningen är inte lätt att följa och det matematiska språket är inte lämpligt, men acceptabelt.

Elevlösning 4

I Sannolikheten = $\frac{15}{150} = 0,1 = 10\%$



Jag fyllde i chansen för att få dessa kast efter varandra chansen att en miss är fortfarande $0,9 = 90\%$ och en träff $0,1 = 10\%$ på varje enskilt kast.

III 3, 2, 1

$4 - n$ $n =$ antalet kast

$4 - 1 = 3$

$4 - 2 = 2$

$4 - 3 = 1$

IV Kostaren måste missa första kastet och sätta andra chansen för det är $= 0,9 \cdot 0,1 = 0,09$ alltså 9% chans.

V $0,9^3 = 0,729$ $1 - 0,729 = 0,271$ chansen = 27,1%

VI $0,9^4 = 0,6561 = 65,61\%$

Bedömning

	E	C	A	Poäng
Metod och genomförande	X	X	X	3/3/1
	X	X		
	X	X		
Redovisning		X		0/2/0
		X		
Summa				3/5/1

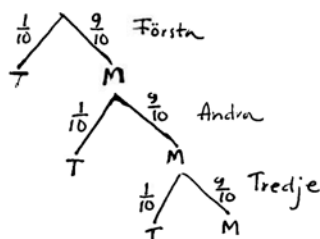
Kommentar: I elevlösningen är punkterna IV och V lösta, men redovisningen är inte lätt att följa och det matematiska språket är inte lämpligt, men acceptabelt.

Elevlösning 5

1. $\frac{15}{150} = 0,1 = 10\%$

Sannolikheten är 10% att kastaren träffar pyramiden i första kastet.

2. T = träff
M = miss



3. Vid träff:

första kastet: $4-1=3$ 3 kulor

andra kastet: $4-2=2$ 2 kulor

tredje : $4-3=1$ 1 kula

4. $P(\text{plus 2 kulor}) = \frac{9}{10} \cdot \frac{1}{10} = \frac{9}{100} = 9\%$

5. Komplementhändelse till $P(\text{plus minst en kula})$ är $P(\text{ingen vinst})$

$P(\text{ingen vinst}) = \left(\frac{9}{10}\right)^3 = 0,729$

$P(\text{plus minst 1 kula}) = 1 - 0,729 = 0,271 = 27,1\%$

6. $P(\text{minus minst 1 kula})$ innebär att man missar fram till minst femte kastet, då fjärde kastet ger plus minus noll.

$P(\text{minus minst 1 kula}) = \left(\frac{9}{10}\right)^5 = 0,59049 \approx 59\%$

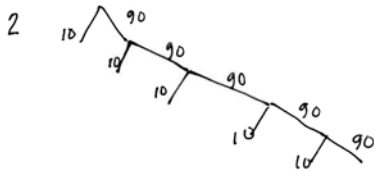
Bedömning

	E	C	A	Poäng
Metod och genomförande	X	X		3/3/0
	X	X		
	X	X		
Redovisning		X	X	0/2/2
		X	X	
Summa				3/5/2

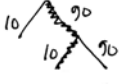
Kommentar: I elevlösningen motiveras metoden för beräkningar av att "gå minus", men antalet kast beräknas fel.

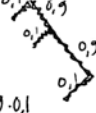
Elevlösning 6

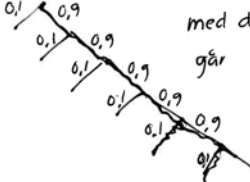

1 $\frac{15}{150} = 10\%$ chans



3 Han kastar 1 kula och träffar han med den första kulan så får han 4 och tappar den 1 som han kastat, alltså han kan som mest vinna 3 kulor.

4  Den vägen $0,9 \cdot 0,1 = 0,09$
9% chans att det blir 2 kulor vinst

5 Vinst på första = 0,1
Vinst på andra $0,9 \cdot 0,1$
Vinst på tredje $0,9 \cdot 0,9 \cdot 0,1$
med  går man minst plus en kula
alla de tillsammans =
 $0,1 + (0,9 \cdot 0,1) + (0,9 \cdot 0,9 \cdot 0,1) = 0,271$
27,1% chans att han vinner 1 kula

 med den  linjen och neråt
går han minst 1 kula förlust
alltså $0,9^4 = 0,6561$
65,61% chans att han förlorar minst 1 kula.

Bedömning

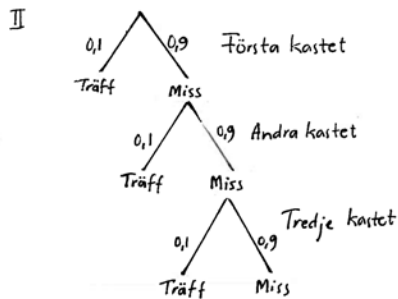
	E	C	A	Poäng
Metod och genomförande	X	X	X	3/3/1
	X	X		
	X	X		
Redovisning		X	X	0/2/1
		X		
Summa				3/5/2

Kommentar: I elevlösningen redogörs för hur många kulor han som mest kan vinna. Punkterna IV och V är lösta, men redovisningen är inte lätt att följa och det matematiska språket är inte lämpligt, men acceptabelt.

Elevlösning 7

I Det är en 10% chans att man träffar pyramiden i första kastet

$$\frac{15}{150} = 0,1 = 10\%$$



III

Kast	Kulor man vinner
1	3
2	2
3	1
4	0

Kastaren kan gå plus med 3,2 eller 1 kula beroende på hur många kast som krävs.

IV Om det bara ska "gå plus" med två kulor måste man missa första gången och träffa på andra.

$$0,9 \cdot 0,1 = 0,09 \quad \text{Svar: } P(\text{plus med 2}) = 9\%$$

V 10% chans på vinst av 3 kulor

$$0,1 \cdot 0,1 = 0,01 \quad 1\% \text{ chans på vinst av 2 kulor}$$

$$0,9 \cdot 0,9 \cdot 0,1 = 0,081 \quad 8,1\% \text{ chans på vinst av 1 kula}$$

$$10 + 9 + 8,1 = 27,1 \quad \text{Svar: } 27,1\%$$

VI Eftersom man varken vinner eller förlorar någonting på fjärde kastet tar man bort chansen att få det

$$0,9 \cdot 0,9 \cdot 0,9 \cdot 0,1 = 0,0729$$

$$100 - 7,29 - 27,1 = 65,61 \quad \text{Svar: } P(\text{minus med minst 1}) \approx 66\%$$

↑
chansen att "gå plus"
chansen att inte vinna något och inte förlora något.

Bedömning

	E	C	A	Poäng
Metod och genomförande	X	X	X	3/3/1
	X	X		
	X	X		
Redovisning		X	X	0/2/2
		X	X	
Summa				3/5/3



<p>Elevlösning 1</p> <p>2014 = 27 öre per kWh</p> <p>2013 = 27 öre + 40%</p> <p>Förändringsfaktorn = 0,60</p> <p>$0,60 \cdot 27 = 16,2$ Svar: År 2013 kostade det</p> <p>$27 + 16,2 = \underline{43,2}$ 43,20 öre per kWh.</p>	0/1/0
<p>Elevlösning 2</p> <p>År 2013: X öre</p> <p>År 2014: 27 öre</p> <p>Minskning 40% : 0,4</p> <p>$X \cdot 0,4 = 27$</p> <p>$\frac{X}{0,4} = \frac{27}{0,4}$</p> <p>$X = 67,5$</p>	0/1/0
<p>Elevlösning 3</p> <p>$X \cdot 0,6 = 27$</p> <p>$X = \frac{27}{0,6}$ Svar: 45 öre per kWh</p> <p>$X = 45$</p>	0/2/0
<p>Elevlösning 4</p> <p>27 öre är 60% av kostnaden per kWh år 2013.</p> <p>$\frac{0,27}{60} = 0,0045$ $0,0045 \rightarrow 1\%$</p> <p>$0,0045 \cdot 100 = 0,45$</p> <p>Svar: en kWh år 2013 kostade 45 öre.</p>	0/2/0


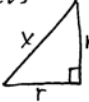



Bedömda elevlösningar till uppgift 25

<p>Elevlösning 1</p> $1000 \cdot 0,2 = 200$ <p>lån ↑ procent ↑ månadsränta ↑</p> $200 + 1000 = 1200$ <p>12 månader $\cdot 1200 = 14400$ kr är hon skyldig</p>	0/0/0
<p>Elevlösning 2</p> $1000 \cdot 0,2 = 200$ $1200 \cdot 0,2 = 240$ $1440 \cdot 0,2 =$	0/1/0
<p>Elevlösning 3</p> <p>månad 1: $1000 \cdot 1,2 = 1200$</p> <p>månad 2: $1200 \cdot 1,2 = 1440$</p> <p>månad 3: $1440 \cdot 1,2 = 1728$</p> <p>månad 4: $1728 \cdot 1,2 = 2073,6$</p> <p>månad 5: $2073,6 \cdot 1,2 = 2488,32$</p> <p>månad 6: $2488,32 \cdot 1,2 = 2985,984$</p> <p>månad 7: $2985,984 \cdot 1,2 = 3583,1808$</p> <p>månad 8: $3583,1808 \cdot 1,2 = 4299,81696$</p> <p>månad 9: $4299,81696 \cdot 1,2 = 5159,780352$</p> <p>månad 10: $5159,780352 \cdot 1,2 = 6191,73$</p> <p>månad 11: $6191,73 \cdot 1,2 = 7430$</p> <p>månad 12: $7430 \cdot 1,2 = 8916,10$</p> <p><u>SVAR: 8916,10.</u></p>	0/2/0
<p>Elevlösning 4</p> $1000 \cdot 1,2 = 1200$ $1200 \cdot 1,2^{12} = 10.699$ <p>Skulden är 10699 kr.</p> <p>Kommentar: Elevlösningen visar en effektiv lösningsmetod även om lösningen utgår från felaktigt värde och därmed blir felaktig.</p>	0/1/1
<p>Elevlösning 5</p> $1000 \cdot 1,20^{12} \approx 8916,10 \text{ kr}$	0/2/1



Bedömda elevlösningar till uppgift 26

<p>Elevlösning 1</p> <p>Antag att avståndet mellan M och m är 10 cm.</p> <p>Area $m = 10 \times 10 \times \pi = 314 \text{ cm}^2$</p> <p>För att räkna ut radien i M måste vi göra pythagoras sats.</p> <p>$a^2 + b^2 = c^2$</p> <p>$10^2 + 10^2 = c^2$</p> <p>$c^2 = \sqrt{200}$</p> 	0/1/0
<p>Elevlösning 2</p> <p>anta att den lilla cirkelns radie är $r_L = 2$</p> <p>det ger oss att radien för den stora cirkeln är $r_S = 2^2 + 2^2 = \sqrt{8} \approx 2,828$</p> <p>arean blir då:</p> <p>$A_L = \pi \cdot 2^2 \approx 12,5$</p> <p>$A_S = \pi \cdot 2,828^2 \approx 25$</p> <p>$\frac{25}{12,5} = 2$</p>	0/2/0
<p>Elevlösning 3</p> <p>vi räknar med pythagoras sats då triangeln är rätvinklig</p> <p>hypotenusan är: $r\sqrt{2}$</p>  <p>hypotenusan = radien för den stora cirkeln</p> <p>arean på den stora cirkeln:</p> <p>$r\sqrt{2} \cdot r\sqrt{2} \cdot \pi = r^2 \cdot 2 \cdot \pi = 2r^2 \cdot \pi$</p> <p>arean på den lilla cirkeln:</p> <p>$r \cdot r \cdot \pi = r^2 \cdot \pi$</p>	0/2/1
<p>Elevlösning 4</p> <p>pythagoras sats</p> <p>hypotenusan = $r \cdot \sqrt{2}$</p>  <p>hypotenusan på lilla = radien på stora</p> <p>Arean stora cirkeln: $r\sqrt{2} \cdot r\sqrt{2} \cdot \pi = r^2 \cdot 2 \cdot \pi = 2r^2 \cdot \pi$</p> <p>Arean lilla cirkeln: $r \cdot r \cdot \pi = r^2 \cdot \pi$</p> <p>$\frac{2 \cdot r^2 \cdot \pi}{r^2 \cdot \pi} = 2$ $\left(\frac{\text{stor cirkel}}{\text{liten cirkel}} \right)$</p>	0/2/2



Bedömda elevlösningar till uppgift 27

<p>Elevlösning 1</p>	<p>0/1/0</p>
<p>Elevlösning 2</p> <p> $u = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ $v = \begin{bmatrix} 5 \\ 6 \end{bmatrix}$ $w = \begin{bmatrix} 4 \\ -5 \end{bmatrix}$ </p> <p> $(\vec{u} + \vec{v}) + \vec{w} = \vec{u} + \vec{v} + \vec{w}$ </p> <p> $\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5 \\ 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 \\ -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5 \\ 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 \\ -5 \end{bmatrix}$ </p> <p> $\begin{bmatrix} 11 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 11 \\ 4 \end{bmatrix}$ </p>	<p>0/1/0</p>
<p>Elevlösning 3</p> <p> $(u+v) + w = u + (v+w)$ </p> <p>man får samma svar utan parenteser</p>	<p>0/1/1</p>
<p>Elevlösning 4</p> <p> $(u+v) + w = u + (v+w)$ </p>	<p>0/1/2</p>

Kommentar: Elevlösningen visar ingen association.

Kommentar: Visar likheten utan att tydligt visa associationerna.